THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE 3e CYCLE EN PHYSIQUE NUCLÉAIRE

PAR

Bernard SILVESTRE-BRAC

SUJET

Propriétés electromagnétiques E_2 et E_0 des états 0^+ excités dans les noyaux pairs de la région des terres rares.

Soutenue le 24 Juin 1972 devant la Commission d'Examen

JURY

MM.	J. VALENTIN	*Président*
	J. YOCCOZ R. PIEPENBRING	*Examinateurs*
	S. BJORNHÖLM	*Invité*

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE 3e CYCLE EN PHYSIQUE NUCLÉAIRE

PAR

Bernard SILVESTRE-BRAC

SUJET

Propriétés electromagnétiques E_2 et E_0 des états 0^+ excités dans les noyaux pairs de la région des terres rares.

Soutenue le 24 Juin 1972 devant la Commission d'Examen

JURY

MM.	J. VALENTIN	*Président*
	J. YOCCOZ R. PIEPENBRING	*Examinateurs*
	S. BJORNHÖLM	*Invité*

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je dédie cette thèse à mes parents qui m'ont incité à poursuivre mes études supérieures.

ET MEDICALE DE GRENOBLE

LISTE DES PROFESSEURS

Président : Monsieur Michel SOUTIF
Vice-Président : Monsieur Gabriel CAU

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	ANGLES D'AURIAC Paul	Mécanique des fluides
	ARNAUD Georges	Clinique des maladies infectieuses
	ARNAUD Paul	Chimie
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BERNARD Alain	Mathématiques Pures
	BESSON Jean	Electrochimie
	BEZES Henri	Chirurgie générale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
	BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Georges	Electrotechnique
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Pathologie médicale
	BONNIER Etienne	Electrochimie Electrométallurgie
	BOUCHERLE André	Chimie et Toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BRAVARD Yves	Géographie
	BRISSONNEAU Pierre	Physique du Solide
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	CABANAC Jean	Pathologie chirurgicale
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologie
	CALAS François	Anatomie
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et Toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
	CHARACHON Robert	Oto-Rhino-Laryngologie
	CHATEAU Robert	Thérapeutique
	CHENE Marcel	Chimie papetière
	COEUR André	Pharmacie chimique
	CONTAMIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie Pathologique
	CRAYA Antoine	Mécanique
Mme	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DESSAUX Georges	Physiologie animale
	DODU Jacques	Mécanique appliquée
	DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	DUGOIS Pierre	Clinique de Dermatologie et Syphiligraphie
	FAU René	Clinique neuro-psychiatrique
	FELICI Noël	Electrostatique
	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALLISSOT François	Mathématiques Pures
	GALVANI Octave	Mathématiques Pures
	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GERBER Robert	Mathématiques Pures

MM.	GIRAUD Pierre	Géologie
	KLEIN Joseph	Mathématiques Pures
Mme	KOFLER Lucie	Botanique et Physiologie végétale
MM.	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques Pures
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques Appliquées
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre	Mathématiques Appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOUP Jean	Géographie
Mle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques Pures
	MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Sémiologie médicale
	MASSEPORT Jean	Géographie
	MAZARE Yves	Clinique médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NEEL Louis	Physique du Solide
	OZENDA Paul	Botanique
	PAUTHENET René	Electrotechnique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques Pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET René	Servomécanismes
	PILLET Emile	Physique industrielle
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REULOS René	Physique industrielle
	RINALDI Renaud	Physique
	ROGET Jean	Clinique de pédiatrie et de puériculture
	SANTON Lucien	Mécanique
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SILBERT Robert	Mécanique des fluides
	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	TRAYNARD Philippe	Chimie générale
	VAILLAND François	Zoologie
	VALENTIN Jacques	Physique Nucléaire
	VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
M.	VERAIN André	Physique
Mme	VEYRET Germaine	Géographie
MM.	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale
	YOCCOZ Jean	Physique nucléaire théorique

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	BULLEMER Bernhard	Physique
	HANO JUN-ICHI	Mathématiques Pures
	STEPHENS Michaël	Mathématiques Appliquées

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.	BEAUDOING André	Pédiatrie
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques appliquées
	BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
	BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
Mme	BONNIER Jane	Chimie générale
MM.	CARLIER Georges	Biologie végétale
	COHEN Joseph	Electrotechnique
	COUMES André	Radioélectricité
	DEPASSEL Roger	Mécanique des Fluides
	DEPORTES Charles	Chimie minérale
	DESRE Pierre	Métallurgie
	GAUTHIER Yves	Sciences biologiques
	GEINDRE Michel	Electroradiologie
	GERMAIN Jean Pierre	Mécanique
	GIDON Paul	Géologie et Minéralogie
	GLENAT René	Chimie organique
	HACQUES Gérard	Calcul numérique
	JANIN Bernard	Géographie
Mme	KAHANE Josette	Physique
MM.	MULLER Jean-Michel	Thérapeutique
	PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
	POULOUJADOFF Michel	Electrotechnique
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REVOL Michel	Urologie
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	ROBERT André	Chimie papetière
	SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIBILLE Robert	Construction Mécanique
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF Jeanne	Physique générale

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

Mle	AGNIUS-DELORD Claudine	Physique pharmaceutique
	ALARY Josette	Chimie analytique
MM.	AMBLARD Pierre	Dermatologie
	AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
	ARMAND Yves	Chimie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
	BELORIZKY Elie	Physique
	BENZAKEN Claude	Mathématiques Appliquées
	BILLET Jean	Géographie
	BLIMAN Samuel	Electronique (EIE)
	BLOCH Daniel	Electrotechnique
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BOUCHET Yves	Anatomie
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées
	BOUVARD Maurice	Mécanique des Fluides
	BRIERE Georges	Physique expérimentale

MM.	BRODEAU François	Mathématiques (IUT B)
	BRUGEL Lucien	Energétique
	BUISSON Roger	Physique
	BUTEL Jean	Orthopédie
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COHEN-ADDAD Jean-Pierre	Spectrométrie physique
	COLOMB Maurice	Biochimie médicale
	CONTE René	Physique
	CROUZET Guy	Radiologie
	DURAND Francis	Métallurgie
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme	ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GENSAC Pierre	Botanique
	GIDON Maurice	Géologie
	GRIFFITHS Michaël	Mathématiques Appliquées
	GROULADE Joseph	Biochimie médicale
	HOLLARD Daniel	Hématologie
	HUGONOT Robert	Hygiène et Médecine préventive
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	IVANES Marcel	Electricité
	JALBERT Pierre	Histologie
	JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
	JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide
	JULLIEN Pierre	Mathématiques Pures
	KAHANE André	Physique générale
	KUHN Gérard	Physique
Mme	LAJZEROWICZ Jeannine	Physique
MM.	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LANCIA Roland	Physique atomique
	LE JUNTER Noël	Electronique
	LEROY Philippe	Mathématiques
	LOISEAUX Jean-Marie	Physique Nucléaire
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire
	LUU DUC Cuong	Chimie Organique
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et Médecine préventive
	MARECHAL Jean	Mécanique
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
	MAYNARD Roger	Physique du Solide
	MICHOULIER Jean	Physique (I.U.T. "A")
	MICOUD Max	Maladies Infectieuses
	MOREAU René	Hydraulique (INP)
	NEGRE Robert	Mécanique
	PARAMELLE Bernard	Pneumologie
	PECCOUD François	Analyse (IUT B)
	PEFFEN René	Métallurgie
	PELMONT Jean	Physiologie animale
	PERRET Jean	Neurologie
	PERRIN Louis	Pathologie expérimentale
	PFISTER Jean-Claude	Physique du Solide
	PHELIP Xavier	Rhumatologie
Mlle	PIERY Yvette	Biologie animale

MM.	RACHAIL Michel	Médecine interne
	RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
	RICHARD Lucien	Botanique
Mme	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	ROMIER Guy	Mathématiques (IUT P)
	ROUGEMONT (DE) Jacques	Neuro-Chirurgie
	SHAN Jean Claude	Chimie Générale
	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	STOEBNER Pierre	Anatomie pathologique
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques Appliquées
	VEILLON Gérard	Mathématiques Appliquées (INP)
	VIALON Pierre	Géologie
	VOOG Robert	Médecine interne
	VROUSSOS Constantin	Radiologie
	ZADWORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM.	BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
	CHEEKE John	Thermodynamique
	GOLDSCHMIDT Hubert	Mathématiques
	SIDNEY STUARD	Mathématiques Pures
	YACOUB Mahmoud	Médecine légale

CHARGES DE FONCTIONS DE MAITRES DE CONFERENCES

Mme	BERIEL Hélène	Physiologie
Mme	RENAUDET Jacqueline	Microbiologie

Fait le 16 Novembre 1971

TABLE DES MATIERES

Pages

RESUME..... 1

INTRODUCTION..... 2

PREMIERE PARTIE

CHAPITRE I - CHOIX DE L'HAMILTONIEN..... 5
I-1 Hamiltonien général..... 5
I-2 Hamiltonien intrinsèque..... 7

CHAPITRE II - PRINCIPE DE LA R.P.A. 12
II-1 Traitement du pairing..... 12
II-2 Méthode des quasibosons..... 14

CHAPITRE III - RESOLUTION DES EQUATIONS DE LA R.P.A..... 18

CHAPITRE IV - ETUDE GENERALE DES EQUATIONS..... 24
IV-1 Fonction $\Gamma_\pi(\omega)$..... 24
IV-2 Fonction $\mathcal{F}_\pi(\omega)$..... 24
IV-3 Nature des états..... 25
IV-4 Relations d'orthogonalité..... 28
IV-5 Nouvelle forme de l'Hamiltonien..... 30

CHAPITRE V - TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES..... 33
V-1 Transition E_2..... 33
V-2 Transition E_o..... 39
V-3 Rapport X_o..... 43

DEUXIEME PARTIE

TABLEAU DES RESULTATS

CHAPITRE I - COMPARAISON CAS I - CAS II..... 46

I-1 Energies..... 47

I-2 Fonctions d'onde..... 47

I-3 $B(E_2)$..... 49

I-4 ρ^2..... 50

I-5 X_o..... 51

CHAPITRE II - NATURE DES ETATS..... 53

II-1 $B(E_2)$..... 56

II-2 ρ^2..... 58

II-3 X_o..... 59

CHAPITRE III - INFLUENCE DES DIVERS FACTEURS NUMERIQUES..... 61

III-1 Influence de la déformation..... 61

III-2 Influence des gaps..... 62

III-3 Influence du cut-off..... 62

III-4 Améliorations possibles..... 63

CONCLUSION - 66

REFERENCES

RESUME

La méthode de calcul connue sous le nom de R.P.A. (Random Phase Approximation) est un outil très puissant pour l'étude microscopique des noyaux. Nous l'appliquons aux noyaux déformés pairs de la région des terres rares pour essayer de déterminer la structure des états 0^+. Notre étude porte sur les énergies de ces états, leurs fonctions d'onde, leu probabilités de transition E_2 et E_o vers les niveaux de la bande du fondamental, ainsi que sur le rapport $X_o = B(E_o ; 0^+ \rightarrow 0^+_f) / B(E_2 ; 0^+ \rightarrow 2^+_f)$. Un certain nombre d'auteurs ont en effet suggéré de prendre la valeur de ce rapport comme test de mesure de la collectivité des états et de l'utiliser en vue d'une classification selon leur nature.

Une étude récente due à Boisson - Piepenbring a montré que les éléments de matrice E_2 et E_o entre états propres du champ moyen calculés d'une manière correcte différent sensiblement de ceux obtenus par Nilsson. Il était dès lors intéressant de noter les modifications apportées par leur emploi dans le traitement des niveaux 0^+.

Cette thèse se subdivise en deux parties :

Dans le première - qui est un rappel de la théorie utilisée - nous nous sommes efforcés de montrer les avantages de la méthode très complète des quasi- bosons tout en insistant sur la portée des approximations que nous avons été amenés à faire.

Dans la seconde, nous discutons, en relation avec les données expérimentales, les résultats obtenus d'une part avec les éléments de matrice Boisson - Piepenbring d'autre part avec ceux de Nilsson. Nous avons essayé en outre de rechercher certains critères permettant, dans le cadre de cette théorie, de classer les états selon les trois natures possibles : vibrations collectives, vibrations de paires (ou de pairing) ou état à deux quasiparticules. Nous avons étudié également l'influence des différents facteurs ou paramètres intervenant dans nos calculs de manière à suggérer certaines améliorations.

INTRODUCTION

Certains noyaux de la région des terres rares possèdent des bandes de rotation bâties sur plusieurs états 0^+ connus : c'est le cas en particulier de ^{164}Er caractérisé par cinq niveaux 0^+ ; ^{170}Yb et ^{172}Yb en comptent quatre, ^{168}Yb et ^{178}Hf trois. Un problème intéressant était d'expliquer la structure de ces états et de prédire un certain nombre de leurs propriétés. La théorie phénoménologique de Bohr - Mottelson [1] demandait un trop grand nombre de paramètres pour pouvoir en rendre compte de manière satisfaisante. L'utilisation de la R.P.A. (Random Phase Approximation) dans le cadre du modèle superfluide du noyau a fourni l'outil indispensable pour traiter de manière correcte la partie intrinsèque de l'Hamiltonien. La résolution des équations conduit, lorsqu'on élimine l'état parasite, à une relation de dispersion généralisée analogue àcelle du cas plus simple des états intrinsèques 2^+ mais où la fonction $F(\omega)$ est remplacée par une fonction plus générale $\mathcal{F}(\omega)$.

Encore à l'heure actuelle, il y a peu de matière expérimentale concernant ces états 0^+. Mises à part les énergies, les observables les plus couramment mesurées sont les transitions électromagnétiques vers la bande du fondamental et les facteurs spectroscopiques de réaction. Nous étudierons particulièrement les transitions quadrupolaires électriques $B(E_2 , 0^+ \rightarrow 2^+_f)$ et les transitions monopolaires électriques $\rho = \langle 0^+_f \mid E_o \mid 0^+ \rangle$. Expérimentalement, nous ne connaissons de valeurs sûres de ces grandeurs que pour les transitions du premier niveau 0^+ vers le fondamental. Aussi la comparaison entre la théorie et l'expérience n'est guère possible que pour ce niveau là. De plus les mesures de $B(E_2)$ obtenues soit par excitation coulombienne soit par détermination de la durée de vie sont très délicates ; les erreurs relatives sont souvent fortes et les résultats pas toujours concordants suivant les auteurs. Par contre le rapport $X_o = B(E_o , 0^+ \rightarrow 0^+_f) / B(E_2 , 0^+ \rightarrow 2^+_f)$, qui ne nécessite qu'une mesure d'intensité en électrons et en γ est d'accès beaucoup plus facile et nous connaissons, de fait, la valeur de ce rapport pour plusieurs états de nombreux noyaux. Quelques personnes [39] ont pensé utiliser ces rapports X_o pour obtenir des renseignements sur la structure des états intrinsèques. Nous adoptons une philosophie de théoricien : une théorie donnée nous permet de déterminer les fonctions d'onde

des niveaux 0^+, nous calculons les X_0 correspondants et nous regardons s'il est possible, dans le cadre de cette théorie, d'établir un lien entre les valeurs obtenues et la nature de l'état.

Il est bien connu que la façon de traiter le champ moyen a une influence notable sur tous les résultats théoriques. Or, pour un potentiel de Nilsson, les éléments de matrice des différents opérateurs électromagnétiques n'étaient pas calculés de manière rigoureuse. Il s'est avéré, après les travaux de Boisson - Piepenbring, que les éléments les plus touchés étaient justement ceux des opérateurs E_2 avec $\Delta K = 0$ et E_0. Il importait donc de faire les calculs avec les éléments de matrice corrects.

PREMIERE PARTIE

Nous utilisons dans tous nos calculs le formalisme de la deuxième quantification, d'une part parce qu'il élimine la contrainte du principe de Pauli, d'autre part parce qu'il est le mieux adapté et le plus maniable pour ce genre de problèmes. Une théorie nucléaire, même microscopique, se doit de faire appel à certains paramètres ajustables. On les détermine à l'aide de données expérimentales convenablement choisies ; si le nombre de paramètres est trop important, le nombre de renseignements dus à l'expérience croît dans le même sens : ce que la théorie gagne en généralité, elle le perd en simplicité et finalement la multiplicité des paramètres libres est un luxe qui ne donne d'ailleurs pas toujours les résultats escomptés. C'est pourquoi, bien que traitant le problème de manière assez approfondie, nous ferons un certain nombre d'hypothèses qui simplifient les applications du problème.

Dans cette partie consacrée à la théorie, nous discutons en détail le choix de l'Hamiltonien, les avantages de la R.P.A., les différents types d'états obtenus et le calcul des transitions électromagnétiques interbandes.

CHAPITRE I

CHOIX DE L'HAMILTONIEN

I-1 Hamiltonien général

L'ancien modèle de Bohr - Mottelson [1] a connu un certain succès en spectroscopie nucléaire. Il est basé sur deux hypothèses fondamentales :

- la forme d'équilibre des noyaux déformés est un ellipsoïde de révolution

- l'adiabaticité ($\omega_{ROT} \ll \omega_{ind}$) est bien vérifiée. Cela permet de distinguer 3 types de mouvement : la rotation nucléaire, la vibration nucléaire et les changements dans les degrés de liberté internes du noyau. Le modèle superfluide traite de manière microscopique et globale ces deux derniers types et on a coutume de prendre un Hamiltonien modèle de la forme suivante

(1) $$H = H_{rot} + H_{int} + H_{r.p.c.}$$

où $$H_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}(\vec{I}^2 - I_3)$$ décrit la rotation d'ensemble du noyau

$\vec{I}$ moment angulaire total du système

$\mathcal{J}$ moment d'inertie du noyau autour de l'axe de révolution

H_{int} est l'hamiltonien intrinsèque : il décrit le mouvement des particules du noyau dans un repère qui lui est associé. Nous discuterons de cet hamiltonien en détail par la suite.

$$H_{r.p.c} = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\vec{I}\cdot\vec{J} = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}(I_+J_- + I_-J_+)$$

est l'intéraction de Coriolis qui couple le mouvement intrinsèque et la rotation, $\vec{J}$ est le moment angulaire intrinsèque total. On désigne par S(OXYZ) le système de référence du laboratoire, S'(Oxyz) celui lié au noyau (S' est repéré par ses angles d'Euler α, β, γ par rapport à S) ; X_i , Y_i , Z_i sont les coordonnées du i^e nucléon dans S, x_i , y_i , z_i

dans S'. Nous avons $X_i = X_i\,(x_i\ ,\ y_i\ ,\ z_i\ ,\ \alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma)$... etc...

La fonction d'onde $\Psi(X_i\ ,\ Y_i\ ,\ Z_i)$ s'exprime comme $\Psi'(x_i\ ,\ y_i\ ,\ z_i\ ,\ \alpha\ ,\ \beta,\ \gamma)$; l'approximation adiabatique consiste à séparer la partie rotation α, β, γ de la partie intrinsèque x_i , y_i , z_i -c'est-à-dire à prendre une fonction d'onde $\Psi'(x_i\ ,\ y_i\ ,\ y_i\ ,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma) = \varphi^{I}_{M}\,(\alpha,\ \beta,\ \gamma)\ \Psi_{\Omega}\,(x_i\ ,\ y_i\ ,\ z_i)$ l'opérateur $\vec{I}$ agissant uniquement sur φ et $\vec{J}$ uniquement sur Ψ_{Ω} - et à négliger le terme $H_{r.p.c.}$ de l'Hamiltonien. Cette approximation est d'autant meilleure que la fréquence de rotation est plus faible que la fréquence de vibration. Dans les noyaux déformés, elle est relativement justifiée puisqu'en général $\hbar\omega_{rot} \simeq 100$ keV et $\hbar\omega_{vib} \simeq 1000$ keV.

L'Hamiltonien total étant invariant par rotation, I^2 et I_Z sont bons nombres quantiques $\vec{I}^2\ \Psi' = I(I+1)\Psi'$ $\qquad I_Z\Psi' = M\ \Psi'$

La symétrie du noyau par rapport à l'axe de révolution O_z et par rapport à un plan qui lui est perpendiculaire O_{xy} entraîne des propriétés spéciales pour la fonction d'onde qui décrit le système nucléaire. Nous ne nous attardons pas sur un tel traitement que l'on trouve dans de nombreux ouvrages.

La symétrie de $\Psi'(x_i\ ,\ y_i\ ,\ z_i\ ,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ par rapport à l'axe O_z et par rapport au plan xOy entraine une fonction d'onde de la forme :

$$[2]\qquad |\Psi'\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\,\pi^3}}\left[\mathcal{D}^{I}_{MK}(\alpha,\beta,\gamma)\,|\Psi_K\rangle + (-1)^{I+K}\,\mathcal{D}^{I}_{M-K}(\alpha,\beta,\gamma)\,|\Psi_{-K}\rangle\right]$$

avec

$$\mathcal{D}^{I}_{MK}(\alpha,\beta,\gamma) = e^{iM\alpha}\,\langle IM|\,e^{-i\beta I_y}\,|IK\rangle\,e^{iK\gamma} \qquad J_3|\Psi_K\rangle = K|\Psi_K\rangle$$

Par définition

$$|\Psi_{-K}\rangle = e^{-i\pi J_y}\,|\Psi_K\rangle$$

alors

$$J_3|\Psi_{-K}\rangle = -K\,|\Psi_{-K}\rangle$$

Notons que la parité ne change pas lorsqu'on passe du système fixe au système mobile

$$P\Psi(x_i,y_i,z_i) = P\,\Psi_K(x_i,y_i,z_i)$$

Nous nous intéressons uniquement aux états intrinsèques 0^+ c'est-à-dire tels que $P|\Psi_K\rangle = |\Psi_K\rangle$ et $J_3|\Psi_K\rangle = 0$. Comme nous avons de plus $e^{-i\pi J_y}|\Psi_0\rangle = |\Psi_0\rangle$ la fonction d'onde normée utilisée se met sous la forme

$$(2)\quad |\Psi^i_{IM}\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}}\; \mathcal{D}^I_{M0}(\alpha,\beta,\gamma)\,|\psi^i\rangle \qquad \text{avec I pair}$$

i est un indice qui numérote les états intrinsèques donc les bandes de rotation. En fait c'est la partie intrinsèque $|\psi^i\rangle$ de la fonction d'onde qui est le plus instructive : la partie rotation n'interviendra que dans le calcul des $B(E_2)$. Les énergies des états sont données par :

$$(3)\quad E^i_{IM} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} I(I+1) + \omega_i$$

$$H_{int}|\Psi_i\rangle = \omega_i|\Psi_i\rangle$$

I-2 Hamiltonien intrinsèque

Le modèle superfluide [3] est un développement poussé du modèle à particules indépendantes. Il tient bien entendu compte du champ self consistent du noyau mais aussi d'interactions résiduelles nucléon-nucléon conduisant à la fois aux corrélations de paires de type supraconducteur et à des effets collectifs. Dans cette optique, l'hamiltonien se sépare en 3 parties :

$$(4)\quad H_{int} = H_\epsilon + H_p + H_{MP}$$

Regardons d'un peu plus près les trois termes :

H_ε

C'est le potentiel à un corps qu'on a pu extraire de l'interaction à deux corps. Il contient le champ moyen du noyau et les parties correspondantes de H_p et H_{Mp} : $H_\varepsilon = \sum_i H_i$ où la sommation s'étend sur tous les nucléons.

Le succès du modèle de Nilsson [4] dans l'étude des niveaux individuels des noyaux impairs nous a incité à choisir un potentiel de ce type. Il est évident qu'un potentiel plus réaliste comme un Saxon - Woods déformé donne une image plus proche de la vérité (ne serait ce que parce qu'il possède un nombre fini d'états liés), mais est notablement plus difficile à traiter car il nécessite un traitement spécifique à chaque noyau.

$$H_i = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}_i^2 + \frac{1}{2}m\left[\omega_\perp^2(x_i^2+y_i^2)+\omega_z^2 z_i^2\right] + C\,\vec{l}_i\cdot\vec{s}_i + D\left(\vec{l}_i^{\,2} - \langle\vec{l}_i^{\,2}\rangle_{couche}\right)$$

ou plus simplement :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + \frac{1}{2}m\left[\omega_\perp^2(x^2+y^2)+\omega_z^2 z^2\right] + C\,\vec{l}\cdot\vec{s} + D\left(\vec{l}^{\,2} - \langle\vec{l}^{\,2}\rangle_{couche}\right)$$

Il est commode de faire les changements de variables

$$x'_1 = \sqrt{\frac{m\omega_\perp}{\hbar}}\,x \qquad x'_2 = \sqrt{\frac{m\omega_\perp}{\hbar}}\,y \qquad x'_3 = \sqrt{\frac{m\omega_z}{\hbar}}\,z$$

$$\omega_\perp = \omega_0(\epsilon)\left(1+\frac{\epsilon}{3}\right) \qquad \omega_z = \omega_0(\epsilon)\left(1-\frac{2\epsilon}{3}\right) \qquad \omega_0(\epsilon) = \omega_0\left(1-\frac{\epsilon^2}{3}-\frac{2}{27}\epsilon^3\right)^{-1/6}$$

ϵ est le paramètre de déformation.

En introduisant les opérateurs

$$N_i(\epsilon) = \frac{1}{2}\left(x'_i - \frac{\partial}{\partial x'_i}\right)\left(x'_i + \frac{\partial}{\partial x'_i}\right)$$

$$H(\epsilon) = \hbar\omega_\perp\left(N_1(\epsilon)+N_2(\epsilon)+1\right) + \hbar\omega_z\left(N_3(\epsilon)+\frac{1}{2}\right) + C\,\vec{l}\vec{s} + D\left(\vec{l}^2 - \langle\vec{l}^2\rangle\right)$$

Nous utilisons la base asymptotique ou cyclindrique préconisée par Boisson Piepenbring [5] $|NN_z\Lambda\sum(\epsilon)\rangle$ fonctions propres des opérateurs $N = N_1 + N_2 + N_3$, N_3 , l_z et s_z. H peut coupler des états de $|\Delta N| = 0, 2$ Une idée de Nilsson (reprise par Lamm [6]) est d'utiliser aussi un opérateur "étiré" l_t défini par $(l_t)_{x_i} = -i\left(x'_i\frac{\partial}{\partial x'_3} - x'_3\frac{\partial}{\partial x'_i}\right)$ (cyclique).

Si nous prenons le nouvel opérateur :

$$H_t = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + \frac{1}{2}m\left[\omega_\perp^2(x'^2+y'^2) + \omega_z z'^2\right] + C\,\vec{l}_t\cdot\vec{s} + D\left(\vec{l}_t^{\,2} - \langle\vec{l}_t^{\,2}\rangle\right)$$

il ne peut coupler que des états de même N. Par conséquent une fonction propre de H_t s'écrit $|\varphi_\nu\rangle = \sum_{\lambda=\Sigma+k_\nu} b_{NN_z\Lambda}\,|NN_z\Lambda\sum(\epsilon)\rangle$. C'est l'opérateur H_t qui nous servira par la suite. Les fonctions propres - qui forment une base complète - sont notées indifféremment $|\varphi^\pi_\nu\rangle$, $|\nu^\pi\rangle$ ou $a^{\pi+}_\nu|0\rangle$ ($|0\rangle$ est le vide de particule) π l'espèce de particule : n pour neutrons, p pour protons). H_t est invariant par renversement du temps donc les fonctions $|\nu^\pi\rangle$ et $T|\nu^\pi\rangle = |-\nu^\pi\rangle$ ont même énergie $H_t|\nu^\pi\rangle = \varepsilon^\pi_\nu|\nu^\pi\rangle$; $H_t|-\nu^\pi\rangle = \varepsilon^\pi_\nu|-\nu^\pi\rangle$. Nous avons également, en notant $j_z = l_z + s_z$, $j_z|\nu^\pi\rangle = k^\pi_\nu|\nu^\pi\rangle$; $j_z|-\nu^\pi\rangle = -k^\pi_\nu|-\nu^\pi\rangle$
En deuxième quantification cet opérateur s'écrit :

$$(5)\quad H_\epsilon = \sum_{\nu,\pi}\varepsilon^\pi_\nu\, a^{\pi+}_\nu a^\pi_\nu = \sum_{\pi,\,\nu>0}\varepsilon^\pi_\nu\left(a^{\pi+}_\nu a^\pi_\nu + a^{\pi+}_{-\nu}a^\pi_{-\nu}\right)$$

Par $\nu > 0$ nous entendons les états de projection $k^\pi_\nu > 0$

H_p

C'est l'Hamiltonien classique des corrélations de paires. On peut l'écrire de manière tout à fait générale $\frac{1}{2}\sum_{\substack{\nu,\nu';\lambda,\lambda'\\ \pi,\pi'}} v^{\pi\pi'}_{\nu\nu',\lambda\lambda'}\, a^{\pi+}_\nu a^{\pi'+}_{\nu'} a^\pi_{\lambda'} a^\pi_\lambda$

Les énergies de liaison des nucléons des noyaux pairs et de masse impaire

nous apprennent que cette interaction n'est notable que lorsqu'elle couple des paires à 0 : nous avons donc :

$$\mathcal{V}^{\pi\pi'}_{\nu\nu',\lambda\lambda'} = 2\, G^{\pi\pi'}_{\nu\lambda}\, \delta_{\nu',-\nu}\, \delta_{\lambda',-\lambda}$$

On peut faire aussi l'hypothèse approchée que cette interaction est indépendante des paires couplées (elle tend de ce fait à rendre le noyau sphérique) : $G^{\pi\pi'}_{\nu\lambda} = G^{\pi\pi'}$. Enfin elle est attractive et à courte portée ; les nucléons utiles d'espèce différente se trouvent "loins" les uns des autres puisque nous nous occupons de noyaux lourds et il n'y a aucune relation de pairing entre neutrons et protons $G^{\pi\pi'} = -G_\pi \delta_{\pi\pi'}$. Finalement H_p peut s'écrire :

$$(6)\quad H_p = -\sum_{\pi,\nu,\nu'>0} G_\pi\, a^{\pi\,+}_{\nu}\, a^{\pi\,+}_{-\nu'}\, a^{\pi}_{-\nu}\, a^{\pi}_{\nu}$$

les calculs sur les énergies de paires des noyaux déformés [35] montrent que G = Cste est une approximation convenable.

H_{Mp}

C'est la partie de l'interaction résiduelle qui agit à longue portée. Nous la développons sous forme multipolaire

$$H_{Mp} = -\sum_{\substack{\pi,\eta' \\ i<j}} \sum_{\lambda,\mu} \chi^{\pi\pi'}_{\lambda\mu}\, r^{\lambda}_{i\pi}\, Y^{\mu}_{\lambda}(\theta_{i\pi},\varphi_{i\pi})\, r^{\lambda}_{j\pi'}\, Y^{\mu\,*}_{\lambda}(\theta_{j\pi'},\varphi_{j\pi'})$$

Pour que la formule ait un sens il faut que la convergence en λ soit rapide. La partie qui décrit correctement les vibrations $K^\pi = 0^+$ ne fait intervenir que les λ pairs (parité) et $\mu = 0$ (moment angulaire). Nous nous limitons à $\lambda = 2$.

$$H_{Mp} = -\sum_{\substack{\pi,\eta' \\ i<j}} \chi_{\pi\pi'}\, r^{2}_{i\pi}\, Y^{0}_{2}(\theta_{i\pi},\varphi_{i\pi})\, r^{2}_{j\pi'}\, Y^{0}_{2}(\theta_{j\pi'},\varphi_{j\pi'})$$

C'est le potentiel séparable qui s'écrit en deuxième quantification

$$(7)\quad H_{MP} = -\sum_{\pi,\pi'} \frac{\chi_{\pi\pi'}}{2} \sum_{\nu,\nu',\lambda,\lambda'} \langle \nu'_\pi | Q_{20} | \nu_\pi \rangle \langle \lambda'_{\pi'} | Q_{20} | \lambda_{\pi'} \rangle \; a^{\pi\dagger}_{\nu'} a^{\pi}_{\nu} a^{\pi'\dagger}_{\lambda'} a^{\pi'}_{\lambda}$$

où Q_{20} est l'opérateur $r^2 Y^0_2$. Nous avons aussi les relations suivantes

$$(8)\quad \langle \nu'_\pi | Q_{20} | \nu_\pi \rangle = \langle \nu_\pi | Q_{20} | \nu'_\pi \rangle = \langle -\nu'_\pi | Q_{20} | -\nu_\pi \rangle$$

car Q_{20} est un opérateur réel hermitique. H_{Mp} est la partie de l'Hamiltonien H_{intr} responsable de toutes les propriétés collectives des noyaux.

CHAPITRE II

PRINCIPE DE LA R.P.A.

II-1 Traitement du pairing

On sait depuis longtemps que le modèle "à particules" ne décrit pas correctement la structure nucléaire (formule d'Inglis pour les noyaux déformés par exemple). Cela a conduit Belyaev [40] à introduire en physique nucléaire la transformation canonique que Bogoluybov [7] avait déjà suggérée en physique du solide qui consiste à raisonner en terme de "quasiparticules".

$$(9)\qquad \begin{cases} \alpha^{\pi\,+}_{\nu} = u^{\pi}_{\nu}\, a^{\pi\,+}_{\nu} - v^{\pi}_{\nu}\, a^{\pi}_{-\nu} \\ \alpha^{\pi\,+}_{-\nu} = u^{\pi}_{\nu}\, a^{\pi\,+}_{-\nu} + v^{\pi}_{\nu}\, a^{\pi}_{\nu} \end{cases} \qquad \begin{cases} a^{\pi\,+}_{\nu} = u^{\pi}_{\nu}\, \alpha^{\pi\,+}_{\nu} + v^{\pi}_{\nu}\, \alpha^{\pi}_{-\nu} \\ a^{\pi\,+}_{-\nu} = u^{\pi}_{\nu}\, \alpha^{\pi\,+}_{-\nu} - v^{\pi}_{\nu}\, \alpha^{\pi}_{\nu} \end{cases} \qquad \nu > 0$$

$$u^{\pi\,2}_{\nu} + v^{\pi\,2}_{\nu} = 1 \iff \left\{\alpha^{\pi'}_{\nu'}, \alpha^{\pi}_{\nu}\right\} = 0 = \left\{\alpha^{\pi'\,+}_{\nu'}, \alpha^{\pi\,+}_{\nu}\right\} \quad ; \quad \left\{\alpha^{\pi'}_{\nu'}, \alpha^{\pi\,+}_{\nu}\right\} = \delta_{\pi\pi'}\delta_{\nu\nu'}$$

le vide de quasiparticule $|\tilde{o}>$ est la fonction $\prod_{\pi,\nu>0} (u^{\pi}_{\nu} + v^{\pi}_{\nu}\, a^{\pi\,+}_{\nu} a^{\pi\,+}_{-\nu})\,|o>$

Cette fonction n'est pas fonction propre de l'opérateur nombre de particules $N_\pi = \sum_\nu a^{\pi\,+}_{\nu} a^{\pi}_{\nu}$. Cela nous oblige à introduire les multiplicateurs de Lagrange λ_π et appliquer le principe variationnel sur $H_{int} - \sum_\pi \lambda_\pi N_\pi$, λ_π étant déterminés par les contraintes $<N_\pi> = n_\pi$

On obtient les u^{π}_{ν} et v^{π}_{ν} en rendant stationnaire $<\Psi^i|H_{int} - \sum_\pi \lambda_\pi N_\pi|\Psi^i>$ où $|\Psi^i>$ est une fonction d'essai aussi proche que possible des fonctions propres. Les équations générales obtenues sont absolument insolubles et, en pratique, on se contente de résoudre :

$$\delta <\tilde{o}|H_o + H_p - \sum_\pi \lambda_\pi N_\pi|\tilde{o}> = \delta <\tilde{o}|\mathcal{H}|\tilde{o}> = 0$$

La fonction est le vide de quasiparticule et l'Hamiltonien ne contient pas la partie multipolaire. Cette condition fournit les équations du pairing classiques.

En posant : $\tilde{\varepsilon}^{\pi}_{\nu} = \varepsilon^{\pi}_{\nu} - G_\pi\, v^{\pi\,2}_{\nu}$; $\Delta_\pi = G_\pi \sum_{\nu>0} u^{\pi}_{\nu}\, v^{\pi}_{\nu}$;

$$E^{\pi}_{\nu} = \sqrt{(\tilde{\varepsilon}^{\pi}_{\nu} - \lambda_\pi)^2 + \Delta^2_\pi}$$

Alors

$$\frac{2}{G_\pi} = \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_\nu^\pi} \quad ; \quad N_\pi = \sum_{\nu>0} \left(1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu^\pi - \lambda_\pi}{E_\nu^\pi}\right),$$

(10)

$$v_\nu^{\pi\,2} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu^\pi - \lambda_\pi}{E_\nu^\pi}\right] \quad ; \quad v_\nu^{\pi\,2} = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu^\pi - \lambda_\pi}{E_\nu^\pi}\right]$$

En général on ne renormalise pas les énergies individuelles et on prend $\tilde{\varepsilon}_\nu^\pi \equiv \varepsilon_\nu^\pi$.

En ce qui concerne les calculs numériques, nous connaissons au départ N^π, le champ moyen ε_ν^π, nous tirons $\Delta\pi$ d'une formule de masse empirique et nous en déduirons $G_\pi, \lambda_\pi, E_\nu^\pi, u_\nu^\pi, v_\nu^\pi$.

Nous pouvons écrire $\mathcal{H} = \sum_\pi \mathcal{H}_\pi$ en termesde quasi particules

$$\mathcal{H}_\pi = U_\pi + H_{11}^\pi + H_{31}^\pi + H_{40}^\pi + H_{22}^\pi \qquad \text{où}$$

$$U_\pi = \sum_{\nu>0} 2(\varepsilon_\nu^\pi - \lambda_\pi) v_\nu^{\pi\,2} - \frac{\Delta_\pi^2}{G_\pi} - G_\pi \sum_{\nu>0} v_\nu^{\pi\,4}$$

$$H_{11}^\pi = \sum_{\nu>0} E_\nu^\pi \left(\alpha_\nu^{\pi\dagger}\alpha_\nu^\pi + \alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^\pi\right)$$

$$H_{40}^\pi = G_\pi \sum_{\nu,\nu'>0} u_\nu^{\pi\,2} v_{\nu'}^{\pi\,2} \left(\alpha_\nu^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\alpha_{\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^{\pi\dagger} + \alpha_{-\nu'}^\pi \alpha_{\nu'}^\pi \alpha_{-\nu}^\pi \alpha_\nu^\pi\right) \qquad (11)$$

$$H_{31} = G_\pi \sum_{\nu,\nu'>0} \left(u_\nu^{\pi\,2} - v_\nu^{\pi\,2}\right) u_{\nu'}^\pi v_{\nu'}^\pi \Big[\alpha_\nu^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\left(\alpha_{\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{\nu'}^\pi + \alpha_{-\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^\pi\right) + \left(\alpha_{\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{\nu'}^\pi + \alpha_{-\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^\pi\right)\alpha_{-\nu}^\pi \alpha_\nu^\pi\Big]$$

$$H_{22} = -G_\pi \sum_{\nu,\nu'>0} \left(u_\nu^{\pi\,2} u_{\nu'}^{\pi\,2} + v_\nu^{\pi\,2} v_{\nu'}^{\pi\,2}\right) \alpha_\nu^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^\pi \alpha_{\nu'}^\pi$$

$$+ u_\nu^\pi v_\nu^\pi u_{\nu'}^\pi v_{\nu'}^\pi \left(\alpha_\nu^{\pi\dagger}\alpha_{\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{\nu'}^\pi\alpha_\nu^\pi + \alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu'}^\pi\alpha_{-\nu}^\pi + 2\,\alpha_{\nu'}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^{\pi\dagger}\alpha_{-\nu}^\pi\alpha_{\nu'}^\pi\right)$$

II-2 Méthode des quasibosons

La méthode varie un peu selon les auteurs. Bès [8] par exemple n'emploie pas les mêmes opérateurs que Zaretskii et al. [9] ou Soloviev [1]. Nous suivons la voie de ces derniers. Pour notre problème, la méthode consiste à introduire les opérateurs d'excitation élémentaire qui créent (ou détruisent) deux quasi particules couplées à 0.

$$A^{\pi\,+}_{-\nu,\nu'} = \alpha^{\pi\,+}_{\nu'}\,\alpha^{\pi\,+}_{-\nu} \qquad A^{\pi}_{-\nu,\nu'} = \alpha^{\pi}_{-\nu}\,\alpha^{\pi}_{\nu'} \quad \text{avec} \begin{cases} k^{\pi}_{\nu} = k^{\pi}_{\nu'} \\ |\nu^{\pi}\rangle \text{ et } |\nu'^{\pi}\rangle \\ \text{même parité} \end{cases}$$

La relation (12) $A^{\pi}_{-\nu,\nu'} = -A^{\pi}_{\nu',\nu}$ permet de choisir un certain ordre sur les indices.

On a les relations de commutation

$$\left[A^{\pi}_{-\nu,\nu'}, A^{\pi'}_{-\lambda,\lambda'}\right] = 0 = \left[A^{\pi\,+}_{-\nu,\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda,\lambda'}\right]$$

$$\left[A^{\pi}_{-\nu,\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda,\lambda'}\right] = \delta_{\pi\pi'}\left(\delta_{\nu\lambda}\delta_{\nu'\lambda'} - \delta_{\nu\lambda'}\,\alpha^{\pi'\,+}_{-\lambda}\,\alpha^{\pi}_{-\nu} - \delta_{\nu\lambda}\,\alpha^{\pi'\,+}_{\lambda'}\,\alpha^{\pi}_{\nu'}\right)$$

L'approximation des quasibosons consiste à prendre

$$\left[A^{\pi}_{-\nu,\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda,\lambda'}\right] = \langle\tilde{0}|\left[A^{\pi}_{-\nu,\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda,\lambda'}\right]|\tilde{0}\rangle = \delta_{\pi\pi'}\delta_{\nu\lambda}\delta_{\nu'\lambda'}$$

C'est l'approximation de base de tous les calculs et d'elle dépend la validité de la R.P.A. Elle est justifiée lorsque les corrélations entre le fondamental $|\Psi_0\rangle$ et les états de quasiparticules sont faibles, auquel cas

$$\langle\Psi_0|\left[A^{\pi}_{-\nu\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda\lambda'}\right]|\Psi_0\rangle \simeq \langle\tilde{0}|\left[A^{\pi}_{-\nu\nu'}, A^{\pi'\,+}_{-\lambda\lambda'}\right]|\tilde{0}\rangle = \delta_{\pi\pi'}\delta_{\nu\lambda}\delta_{\lambda'\nu'}$$

Plus le nombre de phonons d'un état considéré est grand et plus l'approximation est mauvaise. Dans cette thèse nous nous occupons d'états excités à un phonon et cette hypothèse est très bonne.

Nous réécrivons H_{Mp} en termes d'opérateurs $A^{\pi\,+}_{-\nu\nu'}$ et $A^{\pi}_{-\nu\nu'}$

$$H_{MP} = -\sum_{\pi,\pi'}\frac{\chi_{\pi\pi'}}{2}\sum_{\lambda,\nu,\lambda',\nu'}{}^{<}\ \langle\nu'_{\pi}|Q_{20}|\nu_{\pi}\rangle\langle\lambda'_{\pi'}|Q_{20}|\lambda_{\pi'}\rangle\,\rho^{\pi}_{\nu\nu'}\rho^{\pi'}_{\lambda\lambda'}$$
$$\left(A^{\pi\,+}_{-\nu\nu'} + A^{\pi}_{-\nu'\nu}\right)\left(A^{\pi'\,+}_{-\lambda\lambda'} + A^{\pi'}_{-\lambda'\lambda}\right)$$

$$+ H'$$

où

$$\delta^{\pi}_{\nu\nu'} = \delta^{\pi}_{\nu'\nu} = u^{\pi}_{\nu} v^{\pi}_{\nu'} + u^{\pi}_{\nu'} v^{\pi}_{\nu} \quad ; \quad g^{\pi}_{\nu\nu'} = g^{\pi}_{\nu'\nu} = u^{\pi}_{\nu} u^{\pi}_{\nu'} - v^{\pi}_{\nu} v^{\pi}_{\nu'}$$

$\sum^{<}$ signifie que nous avons ordonné les indices ν', ν d'une part λ', λ d'autre part grâce à la relation (12). En pratique $\sum^{<}_{\nu,\nu'}$ vaut $\sum_{\nu>0} + 2 \sum_{\substack{\nu,\nu'>0 \\ \nu'<\nu}}$ à cause des relations (8).

H' contient des termes constants que l'on inclut dans $\sum_{\pi} U_{\pi}$, des opérateurs à un corps que l'on peut supposer contenus dans le champ moyen et des termes du genre

$$-\sum_{\pi,\pi'} \frac{\chi_{\pi\pi'}}{2} \sum^{<}_{\nu,\nu';\lambda,\lambda'} \langle \nu'\pi | Q_{20} | \nu\pi \rangle \langle \lambda'\pi' | Q_{20} | \lambda\pi' \rangle \delta^{\pi}_{\nu\nu'} g^{\pi'}_{\lambda\lambda'} \left(A^{\pi\pi}_{-\nu\nu'} + A^{\pi}_{-\nu'\nu} \right) \left(\alpha^{\pi'+}_{\lambda'} \alpha^{\pi'}_{\lambda} + \alpha^{\pi'+}_{-\lambda} \alpha^{\pi'}_{-\lambda'} \right)$$

- ils sont analogues à H_{31} et on ne les considère que dans les noyaux de masse impaire et du genre :

$$-\sum_{\pi,\pi'} \frac{\chi_{\pi\pi'}}{2} \sum^{<}_{\nu,\nu';\lambda,\lambda'} \langle \nu'\pi | Q_{20} | \nu\pi \rangle \langle \lambda'\pi' | Q_{20} | \lambda\pi' \rangle g^{\pi}_{\nu\nu'} g^{\pi'}_{\lambda\lambda'} \left(\alpha^{\pi+}_{\nu'} \alpha^{\pi}_{\nu} + \alpha^{\pi+}_{-\nu} \alpha^{\pi}_{-\nu'} \right) \left(\alpha^{\pi'+}_{\lambda'} \alpha^{\pi'}_{\lambda} + \alpha^{\pi'+}_{-\lambda} \alpha^{\pi'}_{-\lambda'} \right)$$

- ils sont analogues à la deuxième partie de H_{22} et n'interviennent que dans les noyaux impairs.

On a longtemps négligé les termes H_{40} et H_{22} du pairing ; pourtant ils sont tout à fait semblables aux termes diagonaux de H_{Mp}. Leur prise en compte (totale pour H_{40}, partielle pour H_{22}), complique bien évidemment les calculs mais permet, et c'est très important, d'éliminer l'état parasite dû à la non conservation du nombre de particules.

L'Hamiltonien intrinsèque définitif prend la forme :

$$H = U + \sum_{\pi,\nu>0} E^{\pi}_{\nu} \left(\alpha^{\pi+}_{\nu} \alpha^{\pi}_{\nu} + \alpha^{\pi+}_{-\nu} \alpha^{\pi}_{-\nu} \right) + \sum_{\pi} G_{\pi} \sum_{\lambda,\nu>0} u^{\pi 2}_{\nu} v^{\pi 2}_{\lambda} \left(A^{\pi+}_{-\nu\nu} A^{\pi+}_{-\lambda\lambda} + A^{\pi}_{\cdots} \right)$$

(13)

$$-\sum_{\pi} G_{\pi} \sum_{\lambda,\nu>0} \left(u^{\pi 2}_{\nu} u^{\pi 2}_{\lambda} + v^{\pi 2}_{\nu} v^{\pi 2}_{\lambda} \right) A^{\pi+}_{-\nu\nu} A^{\pi}_{-\lambda\lambda} - \sum_{\pi,\pi'} \frac{\chi_{\pi\pi'}}{2} \sum^{<}_{\substack{\lambda,\nu \\ \lambda',\nu'}} \langle \nu'\pi | Q_{20} | \nu\pi \rangle \langle \lambda'\pi' | Q_{20} | \cdots \rangle$$

$$\delta^{\pi}_{\nu\nu'} \delta^{\pi'}_{\lambda\lambda'} \left(A^{\pi\pi+}_{-\nu\nu'} + A^{\pi}_{-\nu'\nu} \right) \left(A^{\pi'+}_{-\lambda\lambda'} + A^{\pi'}_{\cdots} \right)$$

En toute rigueur il faudrait aussi renormaliser les énergies de quasi particules et remplacer E^{π}_{ν} par

$$\tilde{E}^{\pi}_{\nu} = E^{\pi}_{\nu} - \sum_{\pi',\lambda>0} \chi_{\pi\pi'} g^{\pi}_{\nu\nu} \langle \nu_\pi | Q_{20} | \nu_\pi \rangle \, 2 \, v^{\pi',2}_{\lambda} \langle \lambda_{\pi'} | Q_{20} | \lambda_{\pi'} \rangle$$

Soit J_3 la composante suivant O_z du moment angulaire total intrinsèque du noyau $J_3 = \sum_i j_{zi} = \sum_{\pi,\nu} k^{\pi}_{\nu} a^{\pi\dagger}_{\nu} a^{\pi}_{\nu} = \sum_{\pi,\nu>0} k^{\pi}_{\nu} (a^{\pi\dagger}_{\nu} a^{\pi}_{\nu} - a^{\pi\dagger}_{-\nu} a^{\pi}_{-\nu})$

Il est facile de vérifier que $[J_3, a^{\pi\dagger}_{a}] = k^{\pi}_{a} a^{\dagger\pi,\nu>0}_{a}$ et par suite $[J_3, A^{\pi\dagger}_{-ab}] = (k^{\pi}_{b} - k^{\pi}_{a}) A^{\pi\dagger}_{-ab} = 0$ puisque $k^{\pi}_{b} = k^{\pi}_{a}$

Soit $|\psi_o\rangle$ la fonction d'onde décrivant le fondamental. L'avantage primordial de la R.P.A. est de ne faire absolument aucune hypothèse sur sa nature exacte. On peut toujours l'écrire comme superposition d'états à 0, 2, 4 .... bosons c'est-à-dire $|\psi_o\rangle = a|\tilde{o}\rangle + \sum_{\nu\nu',\lambda\lambda',\pi} a^{\pi}_{\nu\nu';\lambda\lambda'} A^{\pi\dagger}_{-\nu\nu'} A^{\pi\dagger}_{-\lambda\lambda'} |\tilde{o}\rangle + \cdots$
On appelle parfois $|\psi_o\rangle$ "vide corrélé" mais rappellons que l'approximation des quasi bosons impose une faible corrélation c'est-à-dire des coefficients $a^{\pi}_{\nu\nu';\lambda\lambda'} \simeq 0$. Par suite, puisque $J_3|\psi_o\rangle = 0$ et $P|\psi_o\rangle = |\psi_o\rangle$, $J_3 A^{\pi\dagger}_{-ab}|\psi_o\rangle = 0$ et $P A^{\pi\dagger}_{-ab}|\psi_o\rangle = A^{\pi\dagger}_{-ab}|\psi_o\rangle$

Par conséquent un état obtenu par superposition d'états à deux quasi particules $A^{\pi\dagger}_{-ab}|\psi_o\rangle$ est un état ayant un $K\pi = 0^+$.

Pour cela, définissons les opérateurs de création et de destruction de phonons.

$$O^{\dagger}_{i} = \sum_{\pi,a,b>0} X^{\pi}_{ab}(i) A^{\pi\dagger}_{-ab} - Y^{\pi}_{ab}(i) A^{\pi}_{-ba}$$

(14)

$$O_i = \sum_{\pi,a,b>0} X^{\pi}_{ab}(i) A^{\pi}_{-ab} - Y^{\pi}_{ab}(i) A^{\pi\dagger}_{-ba}$$

l'indice i numérote ces opérateurs. Nous demandons alors deux choses :
- $|\psi_o\rangle$ est le vide de phonons : $O_i|\psi_o\rangle = 0 \quad \forall i$ Cette condition détermine les coefficients a, $a^{\pi}_{\nu\nu';\lambda\lambda'}$ .....
- $O^{\dagger}_{i}|\psi_o\rangle = |\psi^i\rangle$ est un état exité du noyau d'énergie ω_i. Cette condition détermine les composantes $X^{\pi}_{ab}(i)$ et $Y^{\pi}_{ab}(i)$ ainsi que ω_i. On peut l'écrire

$$[O_i, H] = \omega_i O_i \quad \text{ou} \quad [H, O^{\dagger}_{i}] = \omega_i O^{\dagger}_{i} \quad (\omega_i \text{ réel})$$

$$\left[[O_i, H], A^{\pi\dagger}_{-ab}\right] = \omega_i \left[O_i, A^{\pi\dagger}_{-ab}\right] = \omega_i X^{\pi}_{ab}(i) = \left[O_i, \left[H, A^{\pi\dagger}_{-ab}\right]\right] + \left[H, \left[A^{\pi\dagger}_{-ab}, O_i\right]\right]$$

$$= \left[O_i, \left[H, A^{\pi\dagger}_{-ab}\right]\right] - \left[H, X^{\pi}_{ab}(i)\right] = \left[O_i, \left[H, A^{\pi\dagger}_{-ab}\right]\right]$$

Il suffit donc de calculer $\left[H, A^{\pi\dagger}_{-ab}\right]$, ce qui est long mais sans grande difficulté. En introduisant les nouvelles inconnues

$V^{\pi}_{ab}(i) = X^{\pi}_{ab}(i) + Y^{\pi}_{ab}(i)$; $W^{\pi}_{ab}(i) = X^{\pi}_{ab}(i) - Y^{\pi}_{ab}(i)$ et $E^{\pi}_{ab} = E^{\pi}_{a} + E^{\pi}_{b}$

nous obtenons les équations suivantes connues sous le nom d'équation de la R.P.A.

$$(15)\quad \begin{cases} \omega_i V^{\pi}_{ab}(i) = E^{\pi}_{ab} W^{\pi}_{ab}(i) - G_\pi \delta_{ab} \sum_{\nu>0} W^{\pi}_{\nu\nu}(i) \\ \omega_i W^{\pi}_{ab}(i) = E^{\pi}_{ab} V^{\pi}_{ab}(i) - G_\pi g^{\pi}_{aa} \delta_{ab} \sum_{\nu>0} g^{\pi}_{\nu\nu} V^{\pi}_{\nu\nu}(i) \\ \qquad - 2\chi^{\pi}_{ab} \langle q_\pi | Q_{20} | b_\pi \rangle \sum_{\pi'} \chi_{\pi\pi'} \sum_{\nu,\nu'} \rho^{\pi'}_{\nu\nu'} \langle \nu_{\pi'} | Q_{20} | \nu'_{\pi'} \rangle V^{\pi'}_{\nu\nu'}(i) \end{cases}$$

L'orthogonalité des états impose que

$$(16)\quad \left[O_i, O_j\right] = 0 = \left[O^{+}_i, O^{+}_j\right] \quad \text{et} \quad \left[O_i, O^{+}_j\right] = \delta_{ij}$$

ce qui justifie le nom d'opérateurs de phonons donné aux O^{+}_i , O_i .

CHAPITRE III

RESOLUTION DES EQUATIONS DE LA R.P.A.

Nous posons :

$$K_\pi(i) = G_\pi \sum_{\nu>0} W^\pi_{\nu\nu}(i) \quad ; \quad Q_\pi(i) = G_\pi \sum_{\nu>0} g^\pi_{\nu\nu} V^\pi_{\nu\nu}(i)$$

$$R_\pi(i) = 2 \sum_{\pi'} \chi_{\pi\pi'} \sum_{\nu,\nu'}{}^{<} \langle \nu_\pi | Q_{20} | \nu'_{\pi'} \rangle \rho^{\pi'}_{\nu\nu'} V^{\pi'}_{\nu\nu'}(i)$$

soient six inconnues.

Nous pouvons alors déduire les V et W en fonction des K, Q, R et en réintroduisant leurs valeurs dans les K, Q, R nous obtenons six équations homogènes. L'existence d'une solution impose un déterminant nul

(17)

$$0 = \begin{array}{c|cccccc}
R_\pi & 2\chi_{\pi\pi}F_\pi(\omega)-1 & G_\pi S_{1\pi}(\omega) & G_\pi S_{2\pi}(\omega) & 2\chi_{\pi\pi'}F_\pi(\omega) & 0 & 0 \\
Q_\pi & 2\chi_{\pi\pi}S_{1\pi}(\omega) & G_\pi S_{3\pi}(\omega)-1 & G_\pi S_{4\pi}(\omega) & 2\chi_{\pi\pi'}S_{1\pi}(\omega) & 0 & 0 \\
K_\pi & 2\chi_{\pi\pi}S_{1\pi}(\omega) & G_\pi S_{4\pi}(\omega) & G_\pi S_{5\pi}(\omega)-1 & 2\chi_{\pi\pi'}S_{2\pi}(\omega) & 0 & 0 \\
R_{\pi'} & 2\chi_{\pi\pi'}F_{\pi'}(\omega) & 0 & 0 & 2\chi_{\pi'\pi'}F_{\pi'}(\omega)-1 & G_{\pi'}S_{1\pi'}(\omega) & G_{\pi'}S_{2\pi'}(\omega) \\
Q_{\pi'} & 2\chi_{\pi\pi'}S_{1\pi'}(\omega) & 0 & 0 & 2\chi_{\pi'\pi'}S_{1\pi'}(\omega) & G_{\pi'}S_{3\pi'}(\omega)-1 & G_{\pi'}S_{4\pi'}(\omega) \\
K_{\pi'} & 2\chi_{\pi\pi'}S_{2\pi'}(\omega) & 0 & 0 & 2\chi_{\pi'\pi'}S_{2\pi'}(\omega) & G_{\pi'}S_{4\pi'}(\omega) & G_{\pi'}S_{5\pi'}(\omega)-1 \\
 & 1^{ère}\text{ équation} & 2^{ème}\text{ équation} & 3^{ème}\text{ équation} & 4^{ème}\text{ équation} & 5^{ème}\text{ équation} & 6^{ème}\text{ équation}
\end{array}$$

Nous avons défini les quantités suivantes :

$$F_\pi(\omega) = \sum_{a,b} \frac{\langle a_\pi | Q_{20} | b_\pi \rangle^2 \rho_{ab}^{\pi 2} E_{ab}^\pi}{E_{ab}^{\pi 2} - \omega^2} \quad ; \quad S_{1\pi}(\omega) = \sum_{a>0} \frac{g_{aa}^\pi \rho_{aa}^\pi E_{aa}^\pi \langle a_\pi | Q_{20} | a_\pi \rangle}{E_{aa}^{\pi 2} - \omega^2} \quad ;$$

$$S_{2\pi}(\omega) = \omega \sum_{a>0} \frac{\rho_{aa}^\pi \langle a_\pi | Q_{20} | a_\pi \rangle}{E_{aa}^{\pi 2} - \omega^2} \quad ; \quad S_{3\pi}(\omega) = \sum_{a>0} \frac{g_{aa}^{\pi 2} E_{aa}^\pi}{E_{aa}^{\pi 2} - \omega^2} \quad ; \tag{18}$$

$$S_{4\pi}(\omega) = \omega \sum_{a>0} \frac{g_{aa}^\pi}{E_{aa}^{\pi 2} - \omega^2} \quad ; \quad S_{5\pi}(\omega) = \sum_{a>0} \frac{E_{aa}^\pi}{E_{aa}^{\pi 2} - \omega^2}$$

Cette équation nous fournit les valeurs propres de l'énergie ω_i .

Remarquons que $\omega = 0$ est une solution. En effet $S_{2\pi}(0) = 0 = S_{4\pi}(0)$ et $S_{5\pi}(0) = \sum_{a>0} (E_{aa}^\pi)^{-1} = \sum_{a>0} (2E_{aa}^\pi)^{-1} = G_\pi^{-1}$ donc $G_\pi S_{5\pi}(0) - 1 = 0$. Dans ce cas le déterminant a une colonne nulle : il vaut 0. Cet état correspond à ce que l'on appelle l'état parasite : c'est une notion généralement assez peu comprise et qu'il convient de regarder dans le détail. Thouless [11] a montré, à l'aide d'une résolution matricielle du pairing, qu'une solution d'énergie 0 correspond à un état extra qui ne satisfait pas les équations, mais qui est nécessaire pour que la base des états soit complète. Baranger [12] a donné une interprétation plus physique de la chose. Le fondamental B.C.S. $|\tilde{0}>$ n'est pas fonction propre de l'opérateur nombre de particules $N = \sum_{\nu,\pi} a_\nu^{\pi +} a_\nu^\pi$. C'est pourquoi l'état $N|\Psi_0>$ est différent de $|\Psi_0>$ et il a des composantes sur les états excités à deux quasiparticules : ces composantes sont parasites. Par conséquent seuls des états orthogonaux à $N|\Psi_0>$ ont une signification physique. Si l'on ne tient pas compte des parties H_{40} , H_{22} , les états obtenus en diagonalisant l'Hamiltonien simplifié ne sont en général pas orthogonaux à l'état parasite; en d'autres termes l'état parasite est mélangé plus ou moins avec tous les états que l'on calcule. L'avantage de notre méthode est d'éliminer complétement les composantes parasites. La solution $\omega = 0$ est entièrement parasite alors que les autres solutions correspondant à $\omega \neq 0$ ne le sont plus du tout.

En effet si on résoud les équations (15) pour $\omega = 0$ on trouve la solution $V_{ab}^\pi = 0$ et $W_{ab}^\pi = K_\pi / E_{aa}^\pi \delta_{ab}$ donc $X_{ab}^\pi = 0 = Y_{ab}^\pi$ et $X_{aa}^\pi = -Y_{aa}^\pi = K_\pi / 2E_{aa}^\pi$ il est facile de voir de plus que $\rho_{aa}^\pi = 2 u_a^\pi v_a^\pi = \frac{\Delta_\pi}{E_a^\pi}$;

l'opérateur O_o^+ s'écrit donc $O_o^+ = \text{cte} \times \sum_{\alpha,\pi>0} \rho_{\alpha\alpha}^{\pi} (A_{-\alpha\alpha}^{\pi+} + A_{-\alpha\alpha}^{\pi})$ la constante étant déterminée par normalisation. Or l'opérateur N s'écrit en termes de quasi particules $N = \sum_{\pi,\nu>\alpha} 2 v_\nu^{\pi 2} + g_{\nu\nu}^{\pi} (\alpha_\nu^{\pi+} \alpha_\nu^{\pi} + \alpha_{-\nu}^{\pi+} \alpha_{-\nu}^{\pi}) + \rho_{\nu\nu}^{\pi} (A_{-\nu\nu}^{\pi+} + A_{-\nu\nu}^{\pi})$
En remarquant que $\alpha_\nu^{\pi} |\Psi_o\rangle \simeq 0 \quad \forall \nu,\pi$ il vient $O_o^+ |\Psi_o\rangle \simeq N |\Psi_o\rangle$, les relations d'orthogonalité restant encore vraies pour O_o nous avons :
$\langle \Psi_o | N O_o^+ | \Psi_o \rangle \simeq 0$; elles prouvent donc que les états excités obtenus par la R.P.A. n'ont pas de composantes parasites. L'introduction des termes H_{40} et H_{22} a une signification physique très profonde et il convient donc de traiter de manière rigoureuse l'Hamiltonien proposé.
En général l'équation séculaire est donnée sous forme de déterminant. Nous l'avons mise sous une forme plus compacte et plus propre à traiter numériquement. Pour cela posons :

$$\Gamma_\pi(\omega) = \begin{vmatrix} G_\pi S_{3\pi}(\omega) - 1 & G_\pi S_{4\pi}(\omega) \\ G_\pi S_{4\pi}(\omega) & G_\pi S_{5\pi}(\omega) - 1 \end{vmatrix} = G_\pi^2 \left[S_{3\pi} S_{5\pi} - S_{4\pi}^2 \right] - G_\pi \left[S_{3\pi} + S_{5\pi} \right] + 1$$

$$HK_\pi(\omega) = \begin{vmatrix} G_\pi S_{1\pi}(\omega) & G_\pi S_{2\pi}(\omega) \\ G_\pi S_{3\pi}(\omega) - 1 & G_\pi S_{4\pi}(\omega) \end{vmatrix} = G_\pi^2 \left[S_{1\pi} S_{4\pi} - S_{2\pi} S_{3\pi} \right] + G_\pi S_{2\pi} \qquad (19)$$

$$-HQ_\pi(\omega) = \begin{vmatrix} G_\pi S_{1\pi}(\omega) & G_\pi S_{2\pi}(\omega) \\ G_\pi S_{4\pi}(\omega) & G_\pi S_{5\pi}(\omega) - 1 \end{vmatrix} = G_\pi^2 \left[S_{1\pi} S_{5\pi} - S_{2\pi} S_{4\pi} \right] - G_\pi S_{1\pi}$$

$$SK_\pi(\omega) = \frac{HK_\pi(\omega)}{\Gamma_\pi(\omega)} \quad ; \quad SQ_\pi(\omega) = \frac{HQ_\pi(\omega)}{\Gamma_\pi(\omega)}$$

$$\mathcal{F}_\pi(\omega) = F_\pi(\omega) + S_{1\pi}(\omega) SQ_\pi(\omega) + S_{2\pi}(\omega) SK_\pi(\omega)$$

puisque $\Gamma_\pi(o) = 0 = HK_\pi(o) = HQ_\pi(o)$, ce traitement n'est valable que si $\omega \neq 0$ ce que nous supposerons toujours par la suite. En développant le déterminant nous obtenons l'équation de dispersion généralisée

$$(20)\quad \left(2\chi_{\pi\pi}\mathcal{F}_\pi(\omega)-1\right)\left(2\chi_{\pi'\pi'}\mathcal{F}_{\pi'}(\omega)-1\right) = 4\chi^2_{\pi\pi'}\mathcal{F}_\pi(\omega)\mathcal{F}_{\pi'}(\omega)$$

Si nous avions négligé les termes H_{40} et H_{22} du pairing, nous aurions obtenu une équation de la forme $\left(2\chi_{\pi\pi}F_\pi(\omega)-1\right)\left(2\chi_{\pi'\pi'}F_{\pi'}(\omega)-1\right) = 4\chi^2_{\pi\pi'}F_\pi(\omega)F_{\pi'}(\omega)$ Nous voyons que, dans notre cas, la relation est identique à la condition de prendre $\mathcal{F}_\pi(\omega)$ à la place de $F_\pi(\omega)$. L'existence des termes diagonaux rend les calculs numériques plus compliqués mais permet à la méthode de réunir les avantages suivants :

- plus grande rigueur dans les calculs : (cela satisfait l'esprit mathématique)
- Elimination de l'état parasite : (cela satisfait l'esprit physique théorique)
- Création d'un nouveau type d'état : état de vibration de pairing : (cela satisfait l'esprit physique expérimentale)

Pour nos applications nous nous contenterons de l'hypothèse simplificatrice $\chi_{pp} = \chi_{nn} = \chi_{np} = \chi$. Dans ce cas l'équation de dispersion est un peu plus simple.

$$(21)\qquad \frac{1}{2\chi} = \mathcal{F}^r_p(\omega) + \mathcal{F}^r_n(\omega)$$

Nous discuterons en détail la forme de cette fonction dans le prochain chapitre. Nous savons calculer les énergies propres ω_j ; il faut maintenant déterminer les fonctions propres c'est-à-dire les quantités $X^\pi_{ab}(i)$, $Y^\pi_{ab}(i)$

Il est facile de voir que

$$K_\pi(i) = SK_\pi(i) \times R_\pi(i)$$

$$Q_\pi(i) = SQ_\pi(i) \times R_\pi(i)$$

$$R_{\pi'}(i) = \frac{1 - 2\chi_{\pi\pi}\mathcal{F}_\pi(\omega i)}{2\chi_{\pi\pi'}\mathcal{F}_{\pi'}(\omega i)} \times R_\pi(i)$$

et

$$V^{\pi}_{ab}(i) = \frac{R_\pi(i)}{E^{\pi 2}_{ab} - \omega_i^2}\left[\rho^{\pi}_{ab} \langle a_\pi | Q_{20} | b_\pi \rangle E^{\pi}_{ab} + \delta_{ab} E^{\pi}_{aa} g^{\pi}_{aa} SQ_\pi(\omega_i) + \delta_{ab}\,\omega_i\, SK_\pi(\omega_i)\right]$$

$$W^{\pi}_{ab}(i) = \frac{R_\pi(i)}{E^{\pi 2}_{ab} - \omega_i^2}\left[\omega_i \rho^{\pi}_{ab} \langle a_\pi | Q_{20} | b_\pi \rangle + \delta_{ab}\,\omega_i\, g^{\pi}_{aa} SQ_\pi(\omega_i) + \delta_{ab} E^{\pi}_{aa} SK_\pi(\omega_i)\right]$$

$R_\pi(i)$ est l'inconnue restante que nous déterminons par la condition de normalisation

$$\left[O_i, O_i^+\right] = 1 = \sum_{\pi, a, b>0} X^{\pi 2}_{ab}(i) - Y^{\pi 2}_{ab}(i) = \sum_{\pi, a b>0} V^{\pi}_{ab}(i)\, W^{\pi}_{ab}(i)$$

En remplaçant $V^{\pi}_{ab}(i)$, $W^{\pi}_{ab}(i)$ par leur valeur dans cette expression nous trouvons :

$$(22)\quad R_\pi(i)^{-2} = \mathcal{R}_{0\pi}(i) + \frac{1 - 2\chi_{\pi\pi}\mathcal{F}_\pi(\omega_i)}{2\chi_{\pi\pi'}\mathcal{F}_{\pi'}(\omega_i)}\,\mathcal{R}_{0\pi'}(i)$$

où

$$\mathcal{R}_{0\pi}(i) = T_{0\pi}(\omega_i) + SQ_\pi(\omega_i)^2 T_{3\pi}(\omega_i) + SK_\pi(\omega_i)^2 T_{5\pi}(\omega_i)$$
$$+ SQ_\pi(\omega_i)\, SK_\pi(\omega_i)\, T_{4\pi}(\omega) + SK_\pi(\omega_i)\, T_{2\pi}(\omega_i) + SQ_\pi(\omega_i)\, T_{1\pi}(\omega_i)$$

avec

$$T_{0\pi}(\omega) = \frac{1}{2}\frac{\partial F_\pi(\omega)}{\partial \omega} \qquad T_{1\pi}(\omega) = \frac{\partial S_{1\pi}(\omega)}{\partial \omega} \qquad T_{2\pi}(\omega) = \frac{\partial S_{2\pi}(\omega)}{\partial \omega}$$

$$T_{3\pi}(\omega) = \frac{1}{2}\frac{\partial S_{3\pi}(\omega)}{\partial \omega} \qquad T_{4\pi}(\omega) = \frac{\partial S_{4\pi}(\omega)}{\partial \omega} \qquad T_{5\pi}(\omega) = \frac{1}{2}\frac{\partial S_{5\pi}(\omega)}{\partial \omega}$$

Dans le cas plus simple $\chi_{pp} = \chi_{nn} = \chi_{np} = \chi$, $\frac{1 - 2\chi \mathcal{F}_p(\omega)}{2\chi \mathcal{F}_n(\omega)} = 1$ et les composantes de

$R_p(i)^{-2} = R_n(i)^{-2} = \mathcal{R}_p(i) + \mathcal{R}_n(i) = R(i)^{-2}$

fonctions d'onde sur les états à deux quasiparticules valent :

$$X^{\pi}_{ab}(i) = X^{\pi}_{ba}(i) =$$

$$\frac{R(i)}{2(E^{\pi}_{ab} - \omega i)} \left[f^{\pi}_{ab} \langle a_\pi | Q_{\omega i} | b_\pi \rangle + \delta_{ab} SK_\pi(\omega i) + \delta_{ab} g^{\pi}_{aa} SQ_\pi(\omega i) \right]$$

(23)

$$Y^{\pi}_{ab}(i) = Y^{\pi}_{ba}(i) =$$

$$\frac{R(i)}{2(E^{\pi}_{ab} + \omega i)} \left[f_{ab} \langle a_\pi | Q_{\omega i} | b_\pi \rangle - \delta_{ab} SK_\pi(\omega i) + \delta_{ab} g^{\pi}_{aa} SQ_\pi(\omega i) \right]$$

Ce sont ces quantités que nous utiliserons par la suite.

CHAPITRE IV

ETUDE GENERALE DES EQUATIONS

Il est intéressant de regarder en détail certaines quantités qui sont la base de toute la théorie, en particulier la fonction $\mathcal{F}_\pi(\omega)$, qui détermine les énergies, et les quantités $X^{\pi}_{ab}(i)$, $Y^{\pi}_{ab}(i)$, qui déterminent les fonctions d'onde. Certains développements sont longs et peu instructifs, nous les sauterons pour insister plutôt sur le résultat.

IV-1 Fonction $\Gamma_\pi(\omega)$

$$\Gamma_\pi(\omega) = G_\pi^2 \left[S_{3\pi}(\omega) S_{5\pi}(\omega) - S_{4\pi}^2(\omega) \right] - G_\pi \left[S_{3\pi}(\omega) + S_{5\pi}(\omega) \right] + 1$$

Les fonctions $S_{3\pi}(\omega)$, $S_{5\pi}(\omega)$, $S_{4\pi}(\omega)$ admettent des asymptotes aux énergies $\omega = E^{\pi}_{aa} = 2E^{\pi}_{a}$, il en est de même de $\Gamma_\pi(\omega)$. Les fonctions $S_{3\pi}(\omega)$ et $S_{5\pi}(\omega)$ sont monotones croissantes entre les asymptotes, par contre $S_{4\pi}(\omega)$ peut avoir des extrema. La fonction $\Gamma_\pi(\omega)$ peut donc avoir des extrema entre ses asymptotes $\omega = E^{\pi}_{aa}$. En fait dans tous les cas envisagés, nous avons rencontré soit 0 soit un extremum. Nous savons aussi que $\Gamma_\pi(0) = 0$; on peut montrer un peu plus sérieusement que $\Gamma_\pi(\omega)$ se comporte en $C\omega^2$ au voisinage de 0. Il est nécessaire de tracer cette courbe car les zéros de cette fonction sont indispensables pour la suite des calculs. Entre chaque asymptote il y en a 0 (si le maximum est au dessous de Y = 0), 1 si la courbe est monotone, ou 2 (si le minimum est en dessous de y = 0). Comme illustration nous donnons le tracé de $\Gamma_p(\omega)$ et $\Gamma_n(\omega)$ pour ^{178}Hf. (figures 1 et 2).

IV-2 Fonction $\mathcal{F}_\pi(\omega)$

$\mathcal{F}_\pi(\omega)$ se compose de deux parties :

- Une partie non diagonale $F_\pi(\omega)$ qui admet pour asymptotes les énergies E^{π}_{ab} et E^{π}_{aa} et qui est monotone croissante entre ces asymptotes.
- Une partie diagonale $S_{1\pi}(\omega)\, SQ_\pi(\omega) + S_{2\pi}(\omega)\, SK_\pi(\omega)$

due à l'élimination de l'état parasite qui admet pour asymptotes les énergies E^{π}_{aa} et ω^{π}_{o} avec $\Gamma_\pi(\omega^{\pi}_{o}) = 0$

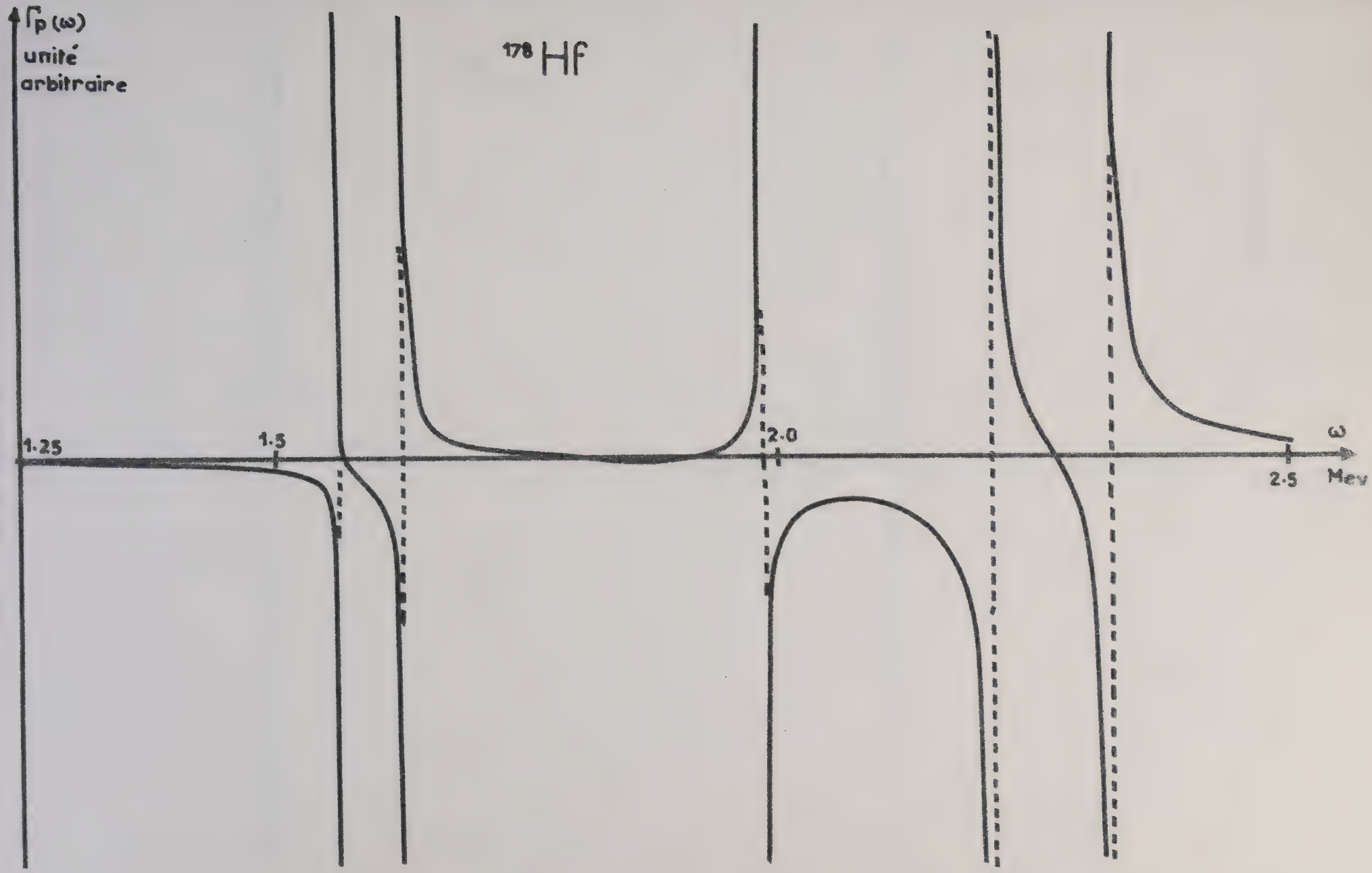

Figure 1 : Courbe $\Gamma_p(\omega)$

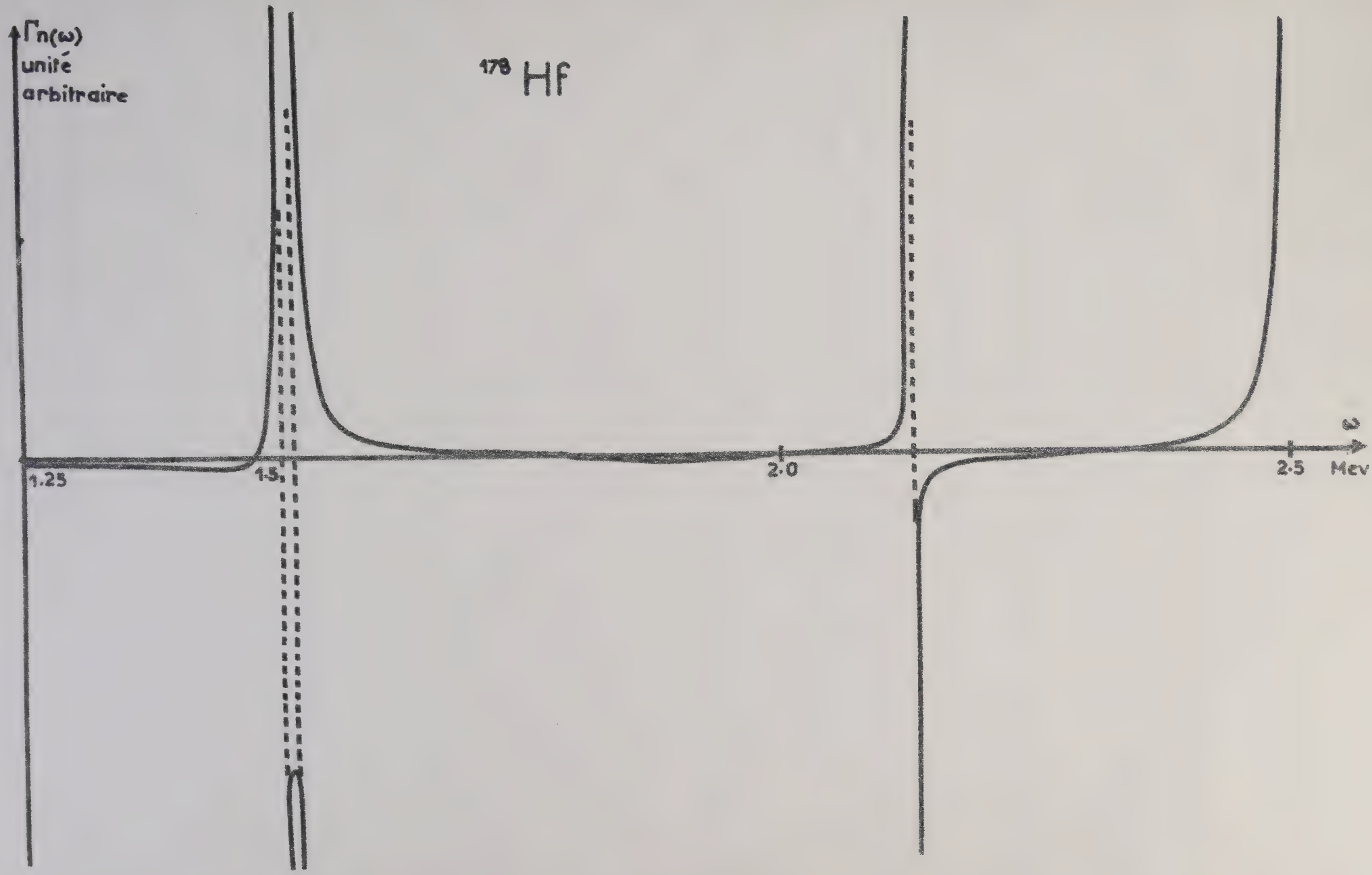

Figure 2 : Courbe $\Gamma_n(\omega)$

Il est à prévoir que les courbes $\mathcal{F}_\pi(\omega)$ possèdent des asymptotes en E^π_{ab} , E^π_{aa} , ω^π_o .

Si nous formons les développements limités autour de ces points nous constatons que :

- $\mathcal{F}_\pi(\omega)$ a des asymptotes en E^π_{ab} et se comporte comme $\dfrac{\rho^{\pi 2}_{ab} < q\pi | Q_{\alpha\beta} | 0 >^2}{E^\pi_{ab} - \omega}$

- $\mathcal{F}_\pi(\omega)$ a des asymptotes en ω^π_o et se comporte comme $\text{cste} \times \dfrac{1}{\omega - \omega^\pi_o}$

- est continue aux points E^π_{aa}

Ce résultat est primordial. L'introduction des termes diagonaux a bouleversé complètement la courbe de dispersion : elle a introduit de nouvelles asymptotes en ω^π_o et a fait disparaître les anciennes en E^π_{aa} . Il est donc logique de penser que la structure nucléaire va être affectée elle aussi.

On peut montrer que $\mathcal{F}_p(\omega) + \mathcal{F}_n(\omega)$ tend vers une constante $\neq \dfrac{1}{2\chi}$ lorsque $\omega = 0$ la solution $\omega = 0$ a donc disparu mais il faut se souvenir que la condition $\omega \neq 0$ était nécessaire pour mener à bien les calculs.

Dans tous les cas traités, $\mathcal{F}_p(\omega) + \mathcal{F}_n(\omega)$ est monotone croissante entre les asymptotes, bien que théoriquement rien ne le laisse prévoir. Nous avons donc adopté une méthode de dichotomie pour déterminer l'interaction de la courbe avec la droite $\dfrac{1}{2\chi}$. Nous déterminons χ en plaçant correctement le premier 0^+ : les autres niveaux sont alors calculés avec la valeur de χ ainsi déduite. Entre deux asymptotes il y a toujours une solution et une seule. Nous donnons un aperçu de cette courbe dans le cas de ^{178}Hf (figure 3).

IV-3 Nature des états

Intéressons nous maintenant aux fonctions d'onde. Considérons un état dont l'énergie est loin de toute asymptote : c'est le cas si ω_i est au milieu de deux asymptotes bien écartées, ou bien encore cela arrive souvent pour le premier niveau 0^+ excité dont l'énergie est bien en dessous de l'énergie du gap (2Δ). Il n'y a alors aucun terme $\dfrac{1}{E^\pi_{ab} - \omega_i}$ prépondérant et un "grand nombre de X^π_{ab} ont des valeurs voisines. De

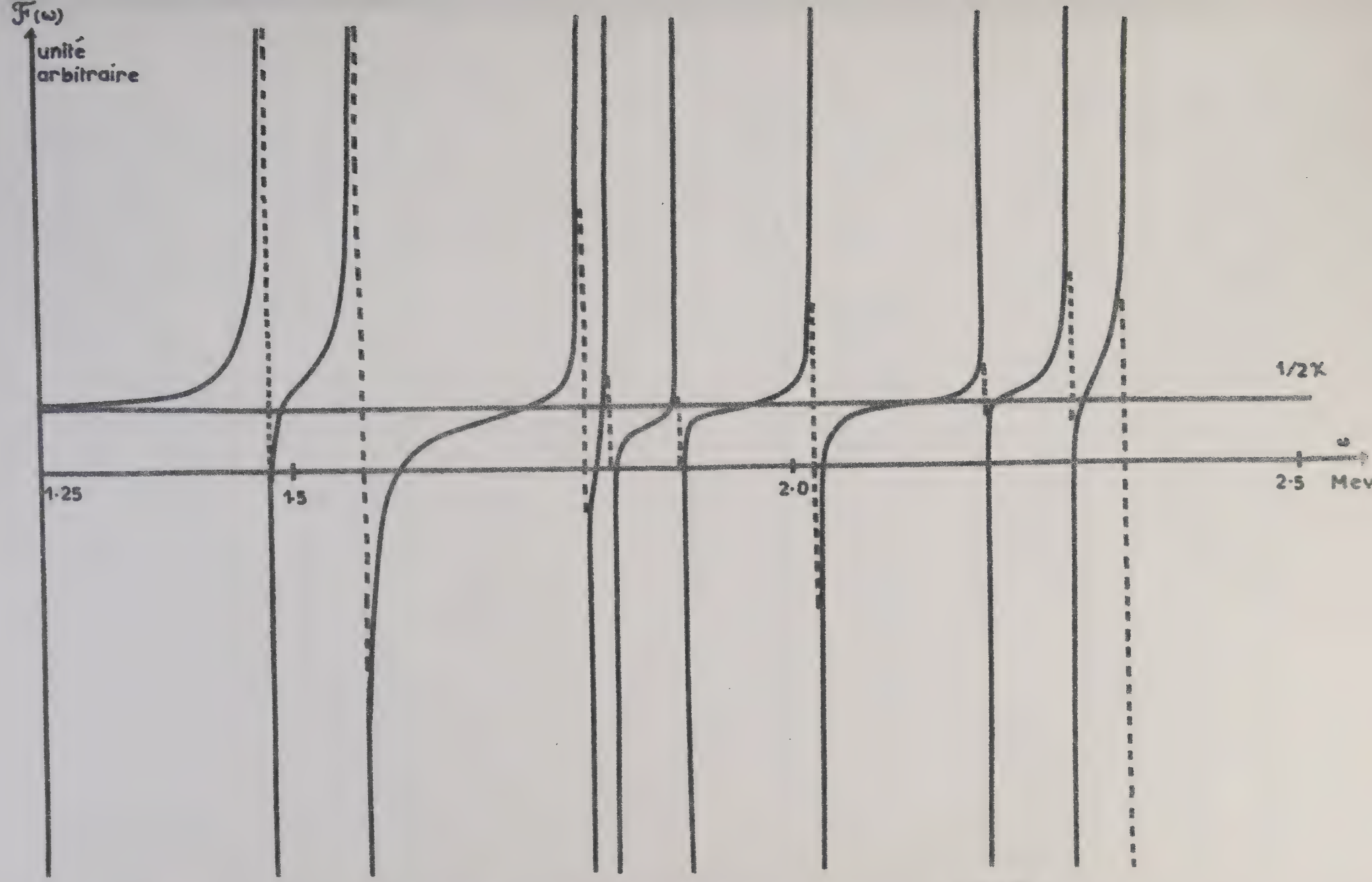

Figure 3 : Courbe de dispersion pour Hf^{178}

même les termes $\frac{1}{E^{\pi}_{ab} + \omega_i}$ sont assez proches ; en outre le rapport $\frac{Y^{\pi}_{ab}}{X^{\pi}_{ab}}$ est beaucoup plus grand que dans le cas où ω_i est proche de E_{ab}. Il y a un "certain nombre" de Y^{π}_{ab} non négligeables. L'état obtenu est une superposition d'états à deux quasiparticules et de trous de deux quasiparticules : cela caractérise un état collectif.

Considérons à présent le cas contraire où $\omega_i \rightarrow E^{\pi}_{(ab)}$ $(a \neq b)$. On peut alors montrer en effectuant un développement limité autour de ce point que :

$$R(i) \sim \frac{\sqrt{2}\ (E^{\pi}_{ab} - \omega i)}{\int_{ab}^{\pi} \langle a\pi | q_{20} | b\pi \rangle} + O\left((E^{\pi}_{ab} - \omega i)^2\right)$$

Il suffit alors de reporter cette valeur dans l'expression des X et Y pour trouver que :

$$X^{\pi'}_{a'b'}(i) \underset{\omega i \rightarrow E^{\pi}_{ab}}{\longrightarrow} \frac{\sqrt{2}}{2} \delta_{\pi\pi'} \delta_{aa'} \delta_{bb'}$$

$$Y^{\pi'}_{a'b'}(i) \underset{\omega i \rightarrow E^{\pi}_{ab}}{\longrightarrow} 0$$

Puisque $X^{\pi}_{ab}(i) = X^{\pi}_{ba}(i)$ l'état ainsi obtenu est pratiquement un état à deux quasiparticules $|\Psi^i\rangle \underset{\omega i \rightarrow E^{\pi}_{ab}}{\longrightarrow} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[A^{\pi\dagger}_{-a\,b} + A^{\pi\dagger}_{-b\,a}\right] |\Psi_0\rangle$

La dénomination "état à deux quasiparticules" est quelque peu abusive ; elle n'est exacte que si $|\Psi_0\rangle$ est le vide de quasiparticule $|\tilde{0}\rangle$. Ce n'est pas tout à fait le cas mais insistons encore une fois sur le fait que les équations de la R.P.A. ne sont valables qu'à la condition $|\Psi_0\rangle \approx |\tilde{0}\rangle$. Par la suite nous emploierons toujours les termes "états à deux quasiparticules" dans le sens abusif. On utilise parfois l'approximation $|\Psi_0\rangle = |\tilde{0}\rangle$ dans les calculs : elle est connue sous le nom de méthode de Tamm - Dancoff. Dans ce cas, le fondamental n'est pas décrit correctement c'est pourquoi cette méthode tend à être abandonnée.

Il existe enfin une troisième sorte d'état lorsque $\omega_i \to \omega_0^\pi$ racine de $\Gamma_\pi(\omega)$. L'existence des asymptotes en $\omega = \omega_0^\pi$ est étroitement liée à l'introduction des termes H_{40} et H_{22} du pairing ; par suite ces nouveaux états n'apparaissent théoriquement que si l'on traite de manière plus correcte l'Hamiltonien.

Lorsque $\omega_i \to \omega_0^\pi$ il est facile de voir que, en posant $\varepsilon = \omega_i - \omega_0^\pi$,

$$SK_\pi(\omega i) \sim \frac{SK_\pi}{\varepsilon} \qquad \text{avec} \qquad SK_\pi = \frac{HK_\pi(\omega_0^\pi)}{\Gamma'_\pi(\omega_0^\pi)}$$

$$SQ_\pi(\omega i) \sim \frac{SQ_\pi}{\varepsilon} \qquad \text{avec} \qquad SQ_\pi = \frac{HQ_\pi(\omega_0^\pi)}{\Gamma'_\pi(\omega_0^\pi)}$$

et

$$R(i) \sim \varepsilon \mathcal{R} + O(\varepsilon^2) \quad \text{avec} \quad \mathcal{R} = \left[SQ_\pi^2 T_{3\pi} + SK_\pi^2 T_{5\pi} + SQ_\pi SK_\pi T_{4\pi}\right]^{-1/2}_{\omega=\omega_0^\pi}$$

donc

$$\left.\begin{aligned} X^{\pi'}_{ab}(i) &\underset{\omega_i \to \omega_0^\pi}{\sim} \frac{\varepsilon \mathcal{R}}{2} \frac{f^{\pi'}_{ab} \langle a_{\pi'}|Q_{20}|b_{\pi'}\rangle}{E^{\pi'}_{ab} - \omega_0^\pi} \longrightarrow 0 \\ Y^{\pi'}_{ab}(i) &\underset{\omega_i \to \omega_0^\pi}{\sim} \frac{\varepsilon \mathcal{R}}{2} \frac{f^{\pi'}_{ab} \langle a_{\pi'}|Q_{20}|b_{\pi'}\rangle}{E^{\pi'}_{ab} + \omega_0^\pi} \longrightarrow 0 \end{aligned}\right\} \; a \neq b$$

$$X^{\pi'}_{aa}(i) \underset{\omega i \to \omega_0^\pi}{\longrightarrow} 0 \qquad Y^{\pi'}_{aa}(i) \underset{\omega i \to \omega_0^\pi}{\longrightarrow} 0 \qquad \text{si } \pi' \neq \pi$$

$$X^{\pi}_{aa}(i) \underset{\omega i \to \omega_0^\pi}{\sim} \frac{\varepsilon \mathcal{R}}{2(E^\pi_{aa} - \omega_0^\pi)} \left[f^\pi_{aa} \langle a_\pi|Q_{20}|a_\pi\rangle + \frac{SK_\pi}{\varepsilon} + g^\pi_{aa} \frac{SQ_\pi}{\varepsilon} \right]$$

$$\longrightarrow \frac{\mathcal{R}}{2(E^\pi_{aa} - \omega_0^\pi)} \left[SK_\pi + g^\pi_{aa} SQ_\pi \right]$$

$$Y^{\pi}_{aa}(i) \underset{\omega i \to \omega_0^\pi}{\sim} \frac{\varepsilon \mathcal{R}}{2(E^\pi_{aa} + \omega_0^\pi)} \left[f^\pi_{aa} \langle a_\pi|Q_{20}|a_\pi\rangle - \frac{SK_\pi}{\varepsilon} + g^\pi_{aa} \frac{SQ_\pi}{\varepsilon} \right]$$

$$\longrightarrow \frac{\mathcal{R}}{2(E^\pi_{aa} + \omega_0^\pi)} \left[g^\pi_{aa} SQ_\pi - SK_\pi \right]$$

Nous appelons un tel état, état de vibration de pairing π ; il est caractérisé par le fait qu'il est la superposition de paires de quasiparticules et de paires de trous de quasiparticules (au sens abusif signalé plus haut) - par paires nous entendons fonctions propres dégénérées de H_t c'est-à-dire $|a_\pi>$ et $|-a_\pi>$. C'est en fait un état collectif particulier où seules les paires sont excitées. Bès [13] a traité en détail ces vibrations dans le cas où $\chi = 0$.

Il est bien évident que de tels états ne sont que des cas limites ; en pratique les niveaux calculés sont des états complexes mélange de ces différentes espèces.

Les composantes $X^{\pi}_{ab}(i)$ et $Y^{\pi}_{ab}(i)$ sont proportionnelles au facteur de normalisation $R(i)$; de ce fait cette quantité $R(i)$ mesure en quelque sorte la collectivité de l'état. Il n'est bien entendu pas question d'en avoir une mesure directe.

IV-4 Relations d'orthogonalité

Nous avons posé

$$O_i^+ = \sum_{\pi, a,b>0} X^{\pi}_{ab}(i)\, A^{\pi\,+}_{-ab} - Y^{\pi}_{ab}(i)\, A^{\pi}_{-ba}$$

La condition $[H, O_i^+] = \omega_i O_i^+$ nous avait conduit aux équations de la R.P.A. ; pour les déduire nous avions implicitement utilisé l'hypothèse des quasi bosons. Par conséquent les ω_i , $X^{\pi}_{ab}(i)$, $Y^{\pi}_{ab}(i)$, et O_i^+ sont des quantités calculées dans le cadre de cette hypothèse ; il en est de même de toutes les relations que nous pouvons tirer de ces grandeurs. En particulier les relations d'orthogonalité ne sont valables que si nous restons cohérents avec nous - mêmes, c'est-à-dire si nous employons $\left[A^{\pi}_{-ab}, A^{\pi'\,+}_{-a'b'}\right] = \delta_{\pi\pi'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}$ chaque fois que cela se présente.

Ainsi $[O_i^+, O_j^+] = 0$ nous fournit la relation suivante :

$$\sum_{\pi, a,b>0} X^{\pi}_{ab}(i)\, Y^{\pi}_{ba}(j) - Y^{\pi}_{ab}(i)\, X^{\pi}_{ba}(j) = 0$$

La condition $[O_i , O_j^+] = \delta_{ij}$ donne de même

$$(24) \qquad \sum_{\pi, a, b>0} X_{ab}^{\pi}(i) X_{ab}^{\pi}(j) - Y_{ab}^{\pi}(i) Y_{ab}^{\pi}(j) = \delta_{ij}$$

Ce sont les premières relations d'orthogonalité.

Les états $|a\pi>$ sont théoriquement en nombre infini, les opérateurs $A_{-ab}^{\pi +}$, A_{-ba}^{π} sont donc en nombre infini de même que les O_i^+ , O_i . Les $A_{-ab}^{\pi +}$, A_{-ba}^{π} - qui vérifient la condition des quasi bosons - forment une base pour les O_i^+ , O_i . Nous admettons que les O_i^+ , O_i - qui vérifient des conditions analogues - forment aussi une base pour les $A_{-ab}^{\pi +}$, A_{-ba}^{π} . Nous désirons faire le changement de base. Ecrivons :

$$A_{-ba}^{\pi} = \sum_i \alpha_i^{\pi}(a,b)\, O_i^+ + \beta_i^{\pi}(a,b)\, O_i$$

En prenant le commutateur avec O_j^+ et O_j nous trouvons

$$\alpha_j^{\pi}(a,b) = Y_{ab}^{\pi}(j) \quad \text{et} \quad \beta_j^{\pi}(a,b) = X_{ba}^{\pi}(j)$$

En prenant l'adjoint nous trouvons $A_{-ab}^{\pi +}$. Nous avons obtenu la formule de changement de base très importante.

$$(25) \qquad \begin{cases} A_{-ab}^{\pi +} = \sum_i X_{ab}^{\pi}(i)\, O_i^+ + Y_{ba}^{\pi}(i) O_i \\ A_{-ba}^{\pi} = \sum_i Y_{ab}^{\pi}(i)\, O_i^+ + X_{ba}^{\pi}(i) O_i \end{cases}$$

En appliquant maintenant $[A_{-ab}^{\pi +}, A_{-a'b'}^{\pi' +}] = 0$ et $[A_{-ab}^{\pi}, A_{-a'b'}^{\pi' +}] = \delta_{\pi\pi'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}$ nous obtenons les secondes relations d'orthogonalité.

$$\sum_i Y^{\pi}_{ba}(i) X^{\pi'}_{a'b'}(i) - X^{\pi}_{ab}(i) Y^{\pi'}_{b'a'}(i) = 0$$

(26)

$$\sum_i X^{\pi}_{ab}(i) X^{\pi'}_{a'b'}(i) - Y^{\pi}_{ba}(i) Y^{\pi'}_{b'a'}(i) = \delta_{\pi\pi'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}$$

Ces relations n'ont pas grande utilité en elles - mêmes mais elles permettent de vérifier quelques calculs numériques et pourraient éventuellement simplifier un certain nombre de développements.

IV-5 Nouvelle forme de l'Hamiltonien

La formule (13) nous présentait l'Hamiltonien comme fonction de A^+, A, $\alpha^+ \alpha$ $H = f(A^+, A, \alpha^+ \alpha)$. Grâce à (25) nous pouvons exprimer les A^+, A en fonction des O_i^+, O_i ; il n'en est pas de même avec $\alpha^+ \alpha$ mais $[\alpha^+ \alpha, O_i]$ s'exprime encore à l'aide des O_i^+, O_i. Par conséquent "commutativement parlant" nous pouvons toujours mettre H sous forme de fonction de O_i^+, O_i $H = g(O_i^+, O_i)$. Il est toujours loisible de développer H en polynome des O_i^+, O_i et, grâce à (16) sous forme normale et ordonnée.

$$H = E_0 + \sum_j \alpha_{j;0} O_j^+ + \alpha_{0;j} O_j +$$

$$\sum_{j;k}{}^{<} \alpha_{jk;0} O_j^+ O_k^+ + \alpha_{0;jk} O_j O_k + \alpha_{j;k} O_j^+ O_k +$$

$$\cdots\cdots + \sum_{j_1 \cdots j_m ; l_1 \cdots l_n}{}^{<} \alpha_{j_1 \cdots j_m ; l_1 \cdots l_n} O_{j_1}^+ O_{j_2}^+ \cdots O_{j_m}^+ O_{l_1} O_{l_2} \cdots O_{l_n} + \cdots$$

Par ordonnée nous entendons $j_1 < j_2 \ldots j_{m-1} \leq j_m$; $l_1 < l_2 \ldots \leq l_n$
l'hermiticité de H impose $\alpha_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots l_n} = \alpha^*_{l_1 \ldots l_n ; j_1 \ldots j_r}$

Il n'est pas compliqué de montrer, par récurrence, que :

$$(27)\quad \left[O^+_{j_1} O^+_{j_2} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_n}, O^+_i\right] = \sum_{u=1}^{n} \delta_{i l_u} O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_{u-1}} O_{l_{u+1}} \cdots O_{l_n}$$

les opérateurs O_i vérifient $\quad \left[H, O^+_i\right] = \omega_i O^+_i \quad \forall\ i$

Nous regardons le terme général :

$$\sum_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots l_n}{}^{<} \alpha_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots l_n} \left[O^+_{j_1} O^+_{j_2} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_n}, O^+_i\right] =$$

$$\sum_{\substack{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots l_n \\ u = 1, n}}{}^{<} \alpha_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots l_u \ldots l_n} \delta_{i l_u} O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_{u-1}} O_{l_{u+1}} \cdots O_{l_n}$$

Dans $[H, O^+_i]$ tous les termes de la forme $\underbrace{O^+ \cdots O^+}_{m} \underbrace{O O \cdots O}_{n-1}$ ne peuvent provenir, à cause de (27), que du terme $\underbrace{O^+ \cdots O^+}_{m} \underbrace{O \cdots O}_{n}$ de H.

Donc tous les termes comportant m O^+_i et n - 1 O dans $[H, O^+]$ sont de la forme :

$$\sum_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots i \ldots l_n}{}^{<} \alpha_{j_1 \ldots j_m ; l_1 \ldots i \ldots l_n} O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_{i-1}} O_{l_{i+1}} \cdots O_{l_n}$$

L'indice i étant donné et la somme restant ordonnée, à un $O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_n}$ donné du commutateur, on ne peut faire correspondre qu'un seul terme H : celui où on a introduit O_i au bon endroit

pour garder les indices ordonnés à savoir

$O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_i} \cdots O_{l_{i-1}} O_i O_{l_{i+1}} \cdots O_{l_n}$ où

$l_{i-1} \leq i \leq l_{i+1}$. Or $[H, O^+_i] = \omega_i O^+_i$, on en déduit la relation :

$\alpha_{j_1 \cdots j_m ; l_1 \cdots l_{i-1} i l_{i+1} \cdots l_n} = 0$ à moins que

$O^+_{j_1} \cdots O^+_{j_m} O_{l_1} \cdots O_{l_{i-1}} O_{l_{i+1}} \cdots O_{l_n} = O^+_i$. Toutes ces relations étant vraies $\forall i$ tous les coefficients $\alpha_{j_1 \cdots j_m ; l_1 \cdots l_n}$ sont nuls sauf $\alpha_{i ; i} = \omega_i$. Par suite l'Hamiltonien se met sous une forme très simple :

$$(28) \quad H = E_o + \sum_i \omega_i O_i^+ O_i$$

Remarquons que E_o dans cette formule est différent de E_o de la formule (13) : E_o est l'énergie du fondamental. Il est facile de vérifier sur cette formule que l'état excité $O^+_j \mid \Psi_o >$ possède une énergie $E_o + \omega_j$.

Cette forme de l'Hamiltonien est très utile dans l'étude des noyaux de masse impaire ; elle décrit dans ce cas les vibrations du coeur.

CHAPITRE V

TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES

V-1 Transitions E_2

Nous nous proposons de calculer les $B(E_2)$ dans les transitions d'une bande 0^+ à un phonon vers la bande fondamentale. Les fonctions initiale et finale sont fournies par la formule (2).

$$|I_i OM_i\rangle = \sqrt{\frac{2I_i+1}{8\pi^2}}\ \mathcal{D}^{I_i}_{M_i 0}(\Omega)\,|\chi_{Ii}\rangle \quad \text{avec } |\chi_{Ii}\rangle = O_i^+|\Psi_0\rangle$$

$$|I_f OM_f\rangle = \sqrt{\frac{2I_f+1}{8\pi^2}}\ \mathcal{D}^{I_f}_{M_f 0}(\Omega)\,|\chi_{If}\rangle \quad \text{avec } |\chi_{If}\rangle = |\Psi_0\rangle$$

l'observable $B(E_2 , I_i \to I_f)$ est définie par :

$$(89)\quad B(E_2, I_i \to I_f) = \sum_{\mu, M_f} |\langle I_f OM_f | E_2^\mu(S) | I_i OM_i\rangle|^2$$

où $E_2^\mu(S)$ est l'opérateur de transition électromagnétique E_2^μ exprimé dans le système du laboratoire S.

$$E_2^\mu(S) = \sum_p e\, R_p^2\, Y_2^\mu(\Theta_p, \Phi_p)$$

où la somme s'étend sur tous les protons de coordonnées R_p , Θ_p , Φ_p dans le système du laboratoire, e la charge du proton. Les calculs numériques ne nous permettent pas de considérer tous les états de base ; on a l'habitude - pour corriger cette approximation d'introduire des charges effectives pour les protons et les neutrons. Nous adoptons finalement l'opérateur E_2^μ défini par :

$$(30)\qquad E^{\mu}_{\lambda}(S) = \sum_{\pi, i} e_{\pi} R^{\lambda}_{i\pi} Y^{\mu}_{\lambda}(\Theta_{i\pi}, \Phi_{i\pi})$$

i numérote le nucléon π considéré.

Dans la mesure où nous prenons en compte de plus en plus d'états du champ moyen nous devons tendre vers la limite $e_p \to e$, $e_n \to 0$.

Il est beaucoup plus intéressant de posséder l'expression de E^{μ}_{λ} dans le système S' associé au noyau puisque les fonctions $|\chi>$ sont calculées dans ce repère et que ce sont elles qui décrivent la structure interne des noyaux. L'opérateur $R^{\lambda} Y^{\mu}_{\lambda}(\Theta, \Phi)$ est un opérateur tensoriel irréductible d'ordre 2 pour les rotations ; la théorie des groupes nous apprend qu'il se transforme, lors d'une rotation α, β, γ, comme :

$$R^{\lambda} Y^{\mu}_{\lambda}(\Theta, \Phi) = \sum_{\nu=-\lambda}^{\lambda} r^{\lambda} Y^{\nu}_{\lambda}(\theta, \varphi)\, \mathcal{D}^{\lambda}_{\mu\nu}(\alpha, \beta, \gamma) \qquad r = R$$

L'opérateur $E^{\mu}_{\lambda}(S)$ devient donc :

$$(31)\qquad E^{\mu}_{\lambda}(S) = \sum_{\nu=-\lambda}^{\lambda} \mathcal{D}^{\lambda}_{\mu\nu}(\Omega)\, E^{\nu}_{\lambda}(S')$$

$$(32)\qquad E^{\nu}_{\lambda}(S') = \sum_{\pi, i} e_{\pi} r^{\lambda}_{i\pi} Y^{\nu}_{\lambda}(\theta_{i\pi}, \varphi_{i\pi})$$

où $r_{i\pi}$, $\theta_{i\pi}$, $\varphi_{i\pi}$ sont les coordonnées du i^{e} nucléon π données dans le repère S'.

L'opérateur $E^{\nu}_{\lambda}(S')$ n'agit plus maintenant que sur les fonctions $|\chi\rangle$ et nous écrivons :

$$B(E\ell, I_i \to I_f) = \sum_{\mu, M_f} \left| \sum_{\nu, \chi_i} \langle \mathcal{D}^{I_f}_{M_f 0}(\Omega) | \mathcal{D}^{\ell}_{\mu\nu}(\Omega) \mathcal{D}^{I_i}_{\chi_i 0}(\Omega) \rangle \frac{\sqrt{(2\ell+1)(2I_f+1)}}{8\pi^2} \langle \chi_f | E^{\nu}_{\ell} | \chi_i \rangle \right|^2$$

Nous savons de plus que :

$$\langle \mathcal{D}^{I_f}_{M_f 0}(\Omega) | \mathcal{D}^{\ell}_{\mu\nu}(\Omega) \mathcal{D}^{I_i}_{M_i 0}(\Omega) \rangle = \frac{8\pi^2}{2I_f+1} \langle I_i M_i \ell\mu | I_f M_f \rangle \langle I_i 0 \ell 0 | I_f 0 \rangle \delta_{\nu 0}$$

Donc :

$$B(E\ell, I_i \to I_f) = \sum_{\mu, M_f} \left| \sqrt{\frac{2I_i+1}{2I_f+1}} \langle I_i M_i \ell\mu | I_f M_f \rangle \langle I_i 0 \ell 0 | I_f 0 \rangle \langle \chi_f | E^{0}_{\ell} | \chi_i \rangle \right|^2$$

$$= \frac{2I_i+1}{2I_f+1} \langle I_i 0 \ell 0 | I_f 0 \rangle^2 \left| \langle \chi_f | E^{0}_{\ell} | \chi_i \rangle \right|^2 \sum_{\mu, M_f} \langle I_i M_i \ell\mu | I_f M_f \rangle^2$$

Or

$$\sum_{\mu, M_f} \langle I_i M_i \ell\mu | I_f M_f \rangle^2 = \frac{1}{2I_i+1} \sum_{\mu, M_i, M_f} \langle I_i M_i \ell\mu | I_f M_f \rangle^2$$

Puisque la somme est indépendante de M_i

$$= \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_f} \sum_{\mu,M_i} \langle I_i M_i 2\mu | I_f M_f \rangle^2 = \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_f} 1 = \frac{2I_f+1}{2I_i+1}$$

Finalement :

$$(33) \qquad B(E\ell, I_i 0 \to I_f 0) = \langle I_i 020 | I_f 0 \rangle^2 \left| \langle \chi_{I_f} | \mathcal{E}_\ell^0 | \chi_{I_i} \rangle \right|^2$$

La partie intéressante est évidemment la composante intrinsèque ; nous nous proposons de la calculer.

Nous exprimons tout d'abord E_2^0 (S') en terme d'opération de création et d'annihilation de particules :

$$E_\ell^0(S') = \sum_\pi e_\pi \sum_{\nu,\nu'} \langle \nu'_\pi | Q_{\ell 0} | \nu_\pi \rangle \, a^{\pi\dagger}_{\nu'} a^\pi_\nu$$

puis de quasiparticules

$$E_\ell^0(S') = \sum_\pi e_\pi \sum_{\nu,\nu'} \langle \nu'_\pi | Q_{\ell 0} | \nu_\pi \rangle \Big\{ 2 v_\nu^2 \delta_{\nu\nu'} + g^\pi_{\nu\nu'} \left(\alpha^{\pi\dagger}_{\nu'} \alpha^\pi_\nu + \alpha^{\pi\dagger}_{-\nu} \alpha^\pi_{-\nu'} \right) + g^\pi_{\nu\nu'} \left(A^{\pi\dagger}_{-\nu\nu'} + A^\pi_{-\nu'\nu} \right) \Big\}$$

le terme constant n'intervient pas dans les transitions puisque les états $| \chi >$ sont orthonormés.

Nous négligeons le terme en $g^{\pi}_{\omega i}$, pour des transitions aboutissant au fondamental puisque dans ce cas $|\psi_{\omega_i}\rangle \approx |0\rangle$ et $\langle 0 | \alpha^{\pi\,+}_{\nu} = 0$

Le seul terme intéressant est la partie collective de l'opérateur

$$E^{\circ}_{2\,coll} = \sum_{\nu} e_{\nu} \sum_{a,b}{}' \int^{\pi}_{ab} \langle b\pi | Q_{2\omega} | a\pi \rangle \left(A^{\pi\,+}_{-ab} + A^{+}_{-ba} \right)$$

Si nous utiligons les relations (25)

$$A^{\pi\,+}_{-ab} + A^{\pi}_{-ba} = \sum_{i} \left[X^{\pi}_{ab}(i) + Y^{\pi}_{ab}(i) \right] \left(O^{+}_{i} + O_i \right)$$

les formules (23) nous donnent $X_{ab}(i) + Y^{\pi}_{ab}(i) = V^{\pi}_{ab}(i)$

$$V^{\pi}_{ab}(i) = \frac{R(i)}{E^{\pi\,2}_{ab} - \omega i^2} \left[\int^{\pi}_{ab} E^{\pi}_{ab} \langle a\pi | Q_{2\omega} | b\pi \rangle + \delta_{ab}\, g^{\pi}_{aa}\, E^{\pi}_{aa}\, SQ_{\pi}(\omega i) + \delta_{ab}\, \omega i\, SK_{\pi}(\omega i) \right]$$

Si nous portons cette valeur dans E°_{2} nous trouvons

$$E^{\circ}_{2\,coll} = \sum_{i} R(i) \left(O^{+}_{i} + O_i \right) \sum_{\pi} e_{\pi} \left\{ \sum_{a,b}{}' \frac{\int^{\pi\,2}_{ab} E^{\pi}_{ab} \langle a\pi | Q_{2\omega} | b\pi \rangle^2}{E^{\pi\,2}_{ab} - \omega i^2} \right.$$

$$\left. + \omega i\, SK_{\pi}(\omega i) \sum_{a>0} \frac{\int^{\pi}_{aa} \langle a\pi | Q_{2\omega} | a\pi \rangle}{E^{\pi\,2}_{aa} - \omega i^2} + SQ_{\pi}(\omega i) \sum_{a>0} \frac{\int^{\pi}_{aa}\, g^{\pi}_{aa}\, E^{\pi}_{aa} \langle a\pi | Q_{2\omega} | a\pi \rangle}{E^{\pi\,2}_{aa} - \omega i^2} \right\}$$

ou encore

$$E^{\circ}_{\ell\,coll} = \sum_{i} R(i)\left(O_i^{+} + O_i\right) \sum_{\pi} e_{\pi}\left(F_{\pi}(\omega i) + S_{1\pi}(\omega i)\, S\, Q_{\pi}(\omega i) + S_{2\pi}(\omega i)\, S K_{\pi}(\omega i)\right)$$

c'est-à-dire

$$(34)\quad E^{\circ}_{\ell\,coll} = \sum_{i} R(i)\left(O_i^{+} + O_i\right) \sum_{\pi} e_{\pi}\, \mathcal{F}_{\pi}(\omega i)$$

Si nous partons d'un état $O_j^{+} \mid \Psi_o >$ pour aboutir au fondamental

$$< \Psi_o \mid E^{\circ}_{\ell\,coll} \mid O_j^{+} \Psi_o > = \sum_{i,\pi} e_{\pi}\, \mathcal{F}_{\pi}(\omega i)\, R(i) < \Psi_o \mid \left(O_i^{+} + O_i\right) O_j^{+} \mid \Psi_o >$$

$$= \sum_{i,\pi} e_{\pi}\, \mathcal{F}_{\pi}(\omega i)\, R(i)\, \delta_{ij} = \sum_{\pi} e_{\pi}\, \mathcal{F}_{\pi}(\omega_j)\, R(j)$$

$$(35)\quad < \Psi_o \mid E^{\circ}_{\ell\,coll} \mid O_i^{+} \Psi_o > = R(i) \sum_{\pi} e_{\pi}\, \mathcal{F}_{\pi}(\omega i)$$

En pratique nous calculerons $B(E_2\ ,\ 0^{+} \rightarrow 2^{+}_{f}) = < 0020 \mid 20 >^2$

$< \Psi_o \mid E^{\circ}_{2} \mid O_i^{+} \Psi_o >^{*} = B(E_2\ ,\ O^{+}_{f} \rightarrow 2^{+}_{a})$ (obtenu par excitation coulombienne)

et nous appliquerons donc la formule :

$$(36) \qquad B(E\ell, 0_i^+ \rightarrow 2_f^+) = R(i)^2 \left[\sum_\pi e_\tau \mathcal{F}_\tau(\omega i) \right]^2$$

Il est plus simple et plus parlant à l'esprit d'exprimer le $B(E_\ell)$ en unités Weisskopf (single particle) définies par :

$$B(E\ell)_{s.p} = \frac{5}{4\pi} \left(\frac{3}{5} R_0 \right)^\ell e^\ell$$

Dans nos calculs nous avons adopté la valeur $R_0 = 1.23\ A^{1/3}$ Fermi. Nous donnons tous nos résultats en unité Weisskopf. Toujours par souci de simplicité nous avons pris $e_p = e + e_{eff}$ $e_n = e_{eff}$. La condition $e_p \rightarrow e$ $e_n \rightarrow 0$ se réduit alors à $e_{eff} \rightarrow 0$.

V-2 Transitions E_0

Les parties théoriques relatives à cette question sont traitées en détails par Church et Weneser [14]. Nous n'en donnons que les principes essentiels.

Lorsque deux systèmes - disons deux états d'un noyau - interagissent de manière électromagnétique sans transfert de moment angulaire, aucun rayonnement électromagnétique n'est possible, les photons mis en jeu étant des photons scalaires. Dans le cas des noyaux le seul mode de désexcitation est l'éjection d'un électron K, L, M, ... qui a un moment angulaire nul et une énergie à peu près égale à l'écart ΔE d'énergie des niveaux (l'énergie de liaison de l'électron et l'énergie de recul du noyau sont négligeables vis à vis de ΔE). Les électrons ayant le plus de chances d'interagir avec le champ coulombien du noyau sont ceux des couches basses (K, L). On peut en effet montrer - directement sur l'expression de l'Hamiltonien d'interaction - que les seules contributions non nulles à la transition proviennent de la partie de la fonction d'onde électronique à l'intérieur de la distribution de charge nucléaire. Les probabilités de présence à l'intérieur du

noyau décroissent rapidement pour des électrons sur les couches "lointaines" Moyennant certaines approximations (taille finie du noyau et écran atomique des états liés) la probabilité de transition E_o s'exprime comme :

$$(37) \qquad W = \Omega \rho^2$$

où Ω est un facteur électronique (il dépend peu des propriétés des noyaux) lié aux fonctions de Dirac de l'électron éjecté. Les facteurs Ω sont tabulés dans plusieurs articles [15].

$$(38) \qquad \rho = \langle \chi_f \mid E_o \mid \chi_i \rangle$$

est le paramètre de force (strength parameter). C'est lui qui donne les renseignements concernant la structure nucléaire : $|\chi_i\rangle$ est la fonction d'onde initiale du système nucléaire, $|\chi_f\rangle$ la fonction finale et E_o est l'opérateur :

$$E_o = \sum_p \left(\frac{r_p}{R_o}\right)^2 - \sigma\left(\frac{r_p}{R_o}\right)^4 + \cdots$$

r_p est le rayon vecteur d'un proton

$R_o = 1.23 \; A^{1/3}$ F le rayon nucléaire

σ un coefficient numérique assez complexe voisin de 0.1

Pour les mêmes raisons invoquées dans les transitions E_2 il faut introduire des charges effectives, que l'on prend pour simplifier, égales à celles de l'opérateur E_2 . On se limite également au premier terme du développement en série de E_o ; l'opérateur transition monopole électrique prend alors la forme :

$$(39) \; E_o = \sum_\pi \frac{e_\pi}{e} \sum_i \frac{r_{i\pi}^2}{R_o^2}$$

C'est un tenseur irréductible d'ordre 0 pour les rotations ; il a donc la même forme dans le système S que dans le système S'.

Nous l'écrivons en deuxième quantification :

$$E_o = \frac{1}{R_o^2} \sum_{\pi} \frac{e_\pi}{e} \sum_{\nu,\nu'} <\nu'_\pi | m | \nu_\pi> a^{\pi +}_{\nu'} a^{\pi}_{\nu}$$

m est l'opérateur r^2 .

ou en termes de quasiparticules

$$E_o = \frac{1}{R_o^2} \sum_{\pi} \frac{e_\pi}{e} \sum_{\nu,\nu'} <\nu'_\pi | m | \nu_\pi> \left\{ 2 v_\nu^{\pi 2} \delta_{\nu\nu'} + g^{\pi}_{\nu\nu'} (\alpha^{\pi +}_{\nu'} \alpha^{\pi}_{\nu} + \alpha^{\pi +}_{-\nu} \alpha^{\pi}_{-\nu'}) + \beta^{\pi}_{\nu\nu'} (A^{\pi +}_{-\nu\nu'} + A^{\pi}_{-\nu'\nu}) \right\}$$

Là encore nous ne gardons que la partie collective de l'opérateur que nous exprimons à l'aide des opérateurs phonons O_i^+ , O_i .

$$E_{o\,col} = \frac{1}{R_o^2} \sum_{\pi} \frac{e_\pi}{e} \sum_{\nu,\nu'} \beta^{\pi}_{\nu\nu'} <\nu'_\pi | m | \nu_\pi> (A^{\pi +}_{-\nu\nu'} + A^{\pi}_{-\nu'\nu})$$

$$E_{o\,coll} = \frac{1}{R_o^2}\sum_i R(i)\left[O_i^+ + O_i\right]\left\{\sum_\pi \frac{e_\pi}{e}\left[\sum_{a,b}{}' \frac{\int_{ab}^{\pi 2}\langle a\sigma|q_{20}|b\sigma\rangle\langle a_o|\mathcal{M}|b\sigma\rangle E_{ab}^{\pi}}{E_{ab}^{\pi 2} - \omega_i^2}\right.\right.$$

(40)

$$\left.\left. + \omega_i\, SK_\pi(\omega_i)\sum_{a>o}\frac{\int_{aa}^{\pi}\langle a\sigma|\mathcal{M}|a_o\rangle}{E_{aa}^{\pi 2}-\omega_i^2} + SQ_\pi(\omega_i)\sum_{a>o}\frac{g_{aa}^{\pi}\int_{aa}^{\pi}E_{aa}^{\pi}\langle a\sigma|\mathcal{M}|a_o\rangle}{E_{aa}^{\pi 2}-\omega_i^2}\right]\right\}$$

ou encore

$$E_{o\,coll} = \frac{1}{R_o^2}\sum_i R(i)\left[O_i^+ + O_i\right]\sum_\pi \frac{e_\pi}{e}\, L_\pi(\omega_i)$$

Si nous étudions la conversion interne d'un état intrinsèque $O_i^+ \mid \Psi_o >$ vers le fondamental $\mid \Psi_o >$, nous appliquons (38) avec $\mid \chi_i > = O_i^+ \mid \Psi_o >$, $\mid \chi_f > = \mid \Psi_o >$ et nous trouvons.

$$(41) \qquad \rho = \frac{R(i)}{R_o^2}\sum_\pi \frac{e_\pi}{e}\, L_\pi(\omega_i)$$

Cette quantité est très instructive quant aux renseignements apportés sur la structure nucléaire, malheureusement elle est peu accessible - et donc peu étudiée - du point de vue expérimental. Nous la calculons théoriquement par la formule (41) en prenant pour rayon nucléaire $R_o = 1.23\ A^{1/3}$ Fermi.

V-3 Rapport X_o

Les grandeurs $B(E_2)$ et σ^2 sont difficiles à mesurer expérimentalement, pourtant elles fournissent nombre de résultats appréciables en spectroscopie nucléaire. Les expérimentateurs ont introduit plusieurs quantités X_o , X_2 , X_4 ... qui ne font intervenir que des rapports d'intensité γ et électrons et qui de ce fait sont assez aisément mesurables. Le rapport X_o qui nous intéresse ici est défini par :

$$(42) \qquad X_{o_{th}} = \frac{e^2 R_o^4 \rho^2}{B(E2, 0^+ \longrightarrow 2_g^+)}$$

σ est une grandeur sans dimension, $B(E_2)$ homogène à $e^2 R_o^4$ donc X_o est un rapport sans dimension. Nous déterminons effectivement sa valeur grâce à la formule (42).

Les valeurs expérimentales calculées par la formule :

$$X_{o_{exp}} = \frac{2.54\ 10^9\ A^{4/3}\ E_\gamma^5\ \alpha_K(E_2)}{\Omega_K} \times \frac{I_{em}(E_o)}{I_{em}(E_2)}$$

pour un électron K sont souvent assez différentes selon les auteurs.

Pour les états à deux quasiparticules purs ($\omega_i \rightarrow E^\pi_{ab}$) on peut montrer aisement que

$$X_{o_{th}} \longrightarrow \frac{\langle q\pi | m | b\pi \rangle^2}{\langle q\pi | Q_{20} | b\pi \rangle^2}$$

C'est une valeur assez simple à vérifier.

DEUXIEME PARTIE

Nous appliquons , dans cette partie, les formules théoriques établies dans la première partie au cas des noyaux pairs déformés des terres rares. Nous avons examiné douze noyaux les plus riches en données expérimentales tant pour les énergies que pour les transitions électromatiques.

Pour chaque noyau, nous avons calculé théoriquement une dizaine d'états 0^+ de manière à avoir une systématique assez vaste et à dégager les enseignements essentiels ; dans la présentation des résultats nous ne retenons pourtant que les trois ou quatre premiers niveaux afin de ne pas surcharger exagéremment les tableaux.

Il convient à présent de préciser les différents paramètres utilisés dans la théorie.

En ce qui concerne le champ moyen, à la place de $\omega_\perp$, ω_z , C, D, nous préférons, comme cela se fait toujours, $\overset{o}{\omega}_o$, ε, $K = -\frac{1}{2} C/\hbar \overset{o}{\omega}_o$, $\mu = 2D/C$. Dans la région envisagée les valeurs couramment utilisées sont $\hbar \overset{o}{\omega}_o = 41\ A^{-1/3}$ MeV , $K_n = K_p = 0.0637$, $\mu_p = 0.60$, $\mu_n = 0.42$.

Nous avons adopté $\varepsilon = 0.25$ pour tous les noyaux dans le but d'unifier les résultats bien qu'il eût été plus logique de conserver la déformation propre à chaque cas particulier. Nous diagonalisons H_t dans la base $|NN_z \Lambda \Sigma(\varepsilon)>$ décrite plus haut (I2) et nous obtenons les valeurs propres ε^π_ν et les vecteurs propres $|\varphi^\pi_\nu> = \sum_{N_z,\Lambda} b_{NN_z\Lambda} |NN_z\Lambda\Sigma(\varepsilon)>$. Dans le premier cas - que nous notons Cas I - nous calculons de manière rigoureuse [5] les éléments de matrice des différents opérateurs électromagnétiques $<a_\tau|O|b_\tau>$; nous calculons également (Cas II) - afin de comparer les résultats - ces mêmes élements avec une approximation toujours faite auparavant où l'on prend $\varepsilon = 0$ dans $<N'N'_z\Lambda'\Sigma'(\varepsilon)|O|NN_z\Lambda\Sigma(\varepsilon)>$; du point de vue troncature de la base, nous avons envisagé une quarantaine d'états du champ moyen pour chaque espèce de particules en nous arrangeant pour considérer autant d'états en dessus de la mer de Fermi que d'états en dessous.

Pour mener à bien les calculs de pairing il faut connaître soit la constante d'interaction G_π , soit l'énergie de gap Δ_π . Suivant la région étudiée, les auteurs et le nombre de niveaux individuels introduits les constantes G varient de $G_p = 29/A$ MeV, $G_n = 27/A$ MeV à $G_p = 21/A$ MeV, $G_n = 18/A$ MeV . Pour éviter un tel arbitraire nous avons préféré utiliser les énergies de gap Δ_π expérimentales calculées par une formule de mass-semi empirique de Nilsson - Prior [35]. Néanmoins la confiance que l'on peut apporter aux valeurs obtenues est encore très relative et un écart de 20 % par rapport à la bonne valeur ne serait pas surprenant. Pour notre problème, les constantes de pairing sont de l'ordre de 24/A MeV pour G_p et 21/A MeV pour G_n .

Pour achever la détermination des énergies des niveaux 0^+ il faut encore préciser la constante d'interaction quadrupole - quadrupole χ . Là aussi il existe des formules reliant χ au nombre de masse A mais il est plus avantageux de lier correctement le premier 0^+ , d'en déduire la valeur de χ correspondante et de l'utiliser pour calculer les 0^+ plus hauts en énergie. Cette valeur figure dans le tableau des résultats.

Du point de vue numérique, nous résolvons l'équation de dispersion (21), dont les termes sont définis par les relations (18) et (19), par une méthode de dichotomie entre chaque asymptote après nous être assurés que la fonction $\mathcal{F}_p(\omega) + \mathcal{F}_n(\omega)$ y est monotone croissante.

Une fois déterminées les énergies ω_i , nous calculons les fonctions d'onde à l'aide des égalités (23) et nous vérifions au passage les premières relations d'orthogonalité (24). Ce sont les paires de quasiparticules $A^{\pi+}_{-aa}$ qui ont une importance primordiale pour les premiers niveaux 0^+ , car elles ont des énergies E^π_{aa} relativement basses ; dans la liste des résultats nous notons de la manière suivante un tel état : si par exemple $|a\,\pi>$ est le niveau de base $5/2-[532]_\pi$ alors $A^{\pi+}_{-aa}\,|\Psi_o> = 5/2-[532]^2_\pi$. La plupart des niveaux sont des superpositions de quelques états à deux quasiparticules ; nous donnons dans ce cas le nombre de composantes X_{ab} , Y_{ab} supérieures à 0.1 et nous explicitons les plus importantes d'entre elles.

En ce qui concerne les transitions électromagnétiques, nous utilisons la formule (36) pour les $B(E_2)$, (41) pour les σ^2 , (42) pour X_o . Nous avons effectué les calculs avec des charges effectives e_{eff} allant de 0 à 1 par pas de 0.1 mais les valeurs donnant le meilleur accord avec l'expérience sont voisines de 0.1.

Table 1

$^{152}_{62}Sm_{90}$ Δ_p = 1100 keV Δ_n = 1110 keV

A x G_p = 25.3 MeV A x G_n = 21.7 MeV

ES 0^+)	STRUCTURE	B(E2, $0^+ \rightarrow 2^+_f$)$_{spu}$	o^2	X_o
ience .77 .8)		2.25 [16] 0.865 [17] 1.0 [22] 3.4 [21]	> 7 10^{-4} [18] 0.08 [19]	0.07 [0.3 [
	CAS I χ = 1.1 10^{-3} MeV F^{-4}			
.6	Très collectif 64 X_{ab} , 62 Y_{ab} > 0.1	e = 0 3.24 0.1 5.26	e = 0 0.162 0.1 0.258	e = 0 0.351 0.1 0.342
.03	Q-particules 4 X_{ab} > 0.1 - 0.683 5/2 - [532]^2_p + 0.665 5/2 + [413]^2_p	0 7.14 10^{-2} 0.1 7.00 10^{-2}	0 1.18 10^{-2} 0.1 1.30 10^{-2}	0 1.16 0.1 1.30
.54	Q-particules 5 X_{ab} > 0.1 0.719 3/2 - [521]^2_n	0 3.74 10^{-4} 0.1 4.95 10^{-4}	0 6.56 10^{-6} 0.1 4.25 10^{-6}	0 0.122 0.1 0.06
	CAS II χ = 1.4 10^{-3} MeV F^{-4}			
.6	Très collectif 39 X_{ab} , 35 Y_{ab} > 0.1	e = 0 2.52 0.1 4.11	e = 0 0.047 0.1 0.074	e = 0 0.132 0.1 0.126
.89	Q-particules 4 X_{ab} > 0.1 - 0.685 5/2 - [532]^2_p + 0.667 5/2 + [413]^2_p	0 5.33 10^{-2} 0.1 5.22 10^{-2}	0 6.82 10^{-3} 0.1 7.78 10^{-3}	0 0.895 0.1 1.041
.51	Q-particules 5 X_{ab} > 0.1 0.718 3/2 - [521]^2_n	0 3.30 10^{-4} 0.1 4.35 10^{-4}	0 4.57 10^{-7} 0.1 0.27 10^{-7}	0 0.010 0.1 0.0004

Table 2

$^{154}_{62}Sm_{92}$ Δ_p = 1100 keV Δ_p = 1000 keV

A x G_p = 25.5 MeV A x G_n = 20.8 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_p)_{spu}$	ρ^2	X_o
rience 68		1.25 [16] 1.10 [22] 0.74 [17]		
	CAS I	χ = 1.0 10^{-3} MeV F $^{-4}$		
68	Collectif 24 X_{ab} , 25 Y_{ab} > 0.1 - 1.026 11/2 - $[505]^2_n$	e = 0 1.89 0.1 3.08	e = 0 0.095 0.1 0.152	e = 0 0.352 0.1 0.346
08.06	Pairing n + QP $8X_{ab}$ > 0.1 - 0.676 3/2 - $[521]^2_n$	0 1.52 10^{-3} 0.1 2.09 10^{-3}	0 0.91 10^{-4} 0.1 1.48 10^{-4}	0 0.420 0.1 0.492
92.65	Q-particules 4 X_{ab} > 0.1 - 0.737 5/2 + $[642]^2_n$ + 0.563 3/2 - $[521]^2_n$	0 2.96 10^{-3} 0.1 3.88 10^{-3}	0 2.03 10^{-4} 0.1 0.96 10^{-4}	0 0.479 0.1 0.173
	CAS II	χ = 1.3 10^{-3} MeV F $^{-4}$		
68	Collectif 22 X_{ab} , 15 Y_{ab} > 0.1 - 0.916 11/2 - $[505]^2_n$	e = 0 1.48 0.1 2.41	e = 0 2.79 10^{-2} 0.1 4.40 10^{-2}	e = 0 0.132 0.1 0.128
08.14	Pairing n + QP $8X_{ab}$ > 0.1 - 0.674 3/2 - $[521]^2_n$	0 1.23 10^{-3} 0.1 1.70 10^{-3}	0 3.18 10^{-5} 0.1 5.73 10^{-5}	0 0.181 0.1 0.236
92.23	Q-particules 4 X_{ab} > 0.1 - 0.738 5/2 + $[642]^2_n$ + 0.566 3/2 - $[521]^2_n$	0 2.05 10^{-3} 0.1 2.71 10^{-3}	0 6.70 10^{-5} 0.1 0.75 10^{-5}	0 0.227 0.1 0.020

Table 3

$^{154}_{64}Gd_{90}$ Δ_p = 1020 keV Δ_n = 1110 keV

A x G_p = 24.4 MeV A x G_n = 21.7 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2_f^+)_{spu}$	o^2	X_o
périence		4.8 [22]	0.20 [19]	0.10 [2
580.64		4.42 [16]	0.47 [20]	0.11 [1
				0.07 [3
214.6				
	CAS I	χ = 1.1 10^{-3} MeV F^{-4}		
581	Très collectif 63 X_{ab} , 60 Y_{ab} > 0.1	e = 0 4.06 0.1 6.60	e = 0 0.204 0.1 0.327	e = 0 0.352 0.1 0.346
064.21	Q-particules 4 X_{ab} > 0.1 + 0.734 3/2 + [411]^2_p - 0.598 5/2 + [413]^2_p	0 4.26 10^{-3} 0.1 2.05 10^{-3}	0 2.71 10^{-4} 0.1 1.56 10^{-4}	0 0.444 0.1 0.534
991.28	Q-particules 5 X_{ab} > 0.1 - 0.721 5/2 - [532]^2_p + 0.585 5/2 + [413]^2_p	0 3.65 10^{-2} 0.1 2.88 10^{-2}	0 8.52 10^{-3} 0.1 8.61 10^{-3}	0 1.63 0.1 2.09
	CAS II	χ = 1.5 10^{-3} MeV F^{-4}		
581	Très collectif 45 X_{ab} , 44 Y_{ab} > 0.1	e = 0 3.17 0.1 5.16	e = 0 0.059 0.1 0.094	e = 0 0.132 0.1 0.128
064.13	Q-particules 3 X_{ab} > 0.1 + 0.739 3/2 + [411]^2_p - 0.572 5/2 + [413]^2_p	0 3.40 10^{-3} 0.1 1.64 10^{-3}	0 1.14 10^{-4} 0.1 0.78 10^{-4}	0 0.234 0.1 0.333
990.23	Q-particules 5 X_{ab} > 0.1 - 0.720 5/2 - [532]^2_p + 0.593 5/2 + [413]^2_p	0 2.69 10^{-2} 0.1 2.12 10^{-2}	0 5.50 10^{-3} 0.1 5.94 10^{-3}	0 1.43 0.1 1.96

Table 4

$^{156}_{64}Gd_{92}$ Δ_p = 1020 keV Δ_n = 1000 keV

A x G_p = 24.6 MeV A x G_n = 21.0 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
érience		2.8 [22]	0.17 [47]	0.5 [
49.6		2.54 [16]		0.27 [
		3.3 [21]		0.89 [
10)				
	CAS I	χ = 1.0 10^{-3} MeV F^{-4}		
49	Collectif	e = 0 1.79	e = 0 0.090	e = 0 0.353
	26 X_{ab} , 24 Y_{ab} > 0.1	0.1 2.96	0.1 0.146	0.1 0.346
07.85	Pairing n + QP 8 X_{ab} > 0.1	0 1.87 10^{-3}	0 1.21 10^{-4}	0 0.453
	- 0.672 3/2 - [521]^2_n	0.1 2.42 10^{-3}	0.1 1.81 10^{-4}	0.1 0.523
	+ 0.473 3/2 + [651]^2_n			
	+ 0.352 11/2 - [505]^2_n			
57.03	Q-particules 7 X_{ab} > 0.1	0 1.83 10^{-2}	0 1.24 10^{-3}	0 0.474
	+ 0.735 3/2 + [411]^2_p	0.1 1.59 10^{-2}	0.1 1.09 10^{-3}	0.1 0.483
	- 0.507 5/2 + [413]^2_p			
	- 0.340 5/2 - [532]^2_p			
	CAS II	χ = 1.3 10^{-3} MeV F^{-4}		
49	Collectif	e = 0 1.40	e = 0 0.026	e = 0 0.132
	20 X_{ab} , 12 Y_{ab} > 0.1	0.1 2.31	0.1 0.042	0.1 0.128
07.91	Pairing n + QP 8 X_{ab} > 0.1	0 1.51 10^{-3}	0 0.44 10^{-4}	0 0.206
	- 0.669 3/2 - [521]^2_n	0.1 1.95 10^{-3}	0.1 0.73 10^{-4}	0.1 0.260
	+ 0.475 3/2 + [651]^2_n			
	+ 0.352 11/2 - [505]^2_n			
57.04	Q-particules 7 X_{ab} > 0.1	0 1.42 10^{-2}	0 4.81 10^{-4}	0 0.237
	+ 0.737 3/2 + [411]^2_p	0.1 1.23 10^{-2}	0.1 4.35 10^{-4}	0.1 0.248
	- 0.504 5/2 + [413]^2_p			

Table 5

$^{158}_{66}Dy_{92}$ Δ_p = 960 keV Δ_n = 1000 keV

A x G_p = 24.0 MeV A x G_n = 21.2 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	B(E_2, $0^+ \rightarrow 2^+_f$)$_{spu}$	ρ^2	X_o
érience 86.1			> 0.006 [26]	0.15 [26]
	CAS I	χ = 1.1 10^{-3} MeV F^{-4}		
86	Collectif 32 X_{ab} , 27 Y_{ab} > 0.1	e = 0 1.98 0.1 3.29	e = 0 0.095 0.1 0.156	e = 0 0.336 0.1 0.331
23.21	Pairing p + QP 8X_{ab} > 0.1 + 0.640 7/2 − [523]^2_p − 0.569 3/2 + [411]^2_p	0 2.28 10^{-3} 0.1 1.35 10^{-3}	0 0.63 10^{-2} 0.1 0.82 10^{-2}	0 19.32 0.1 42.50
08.26	Pairing n + QP 8X_{ab} > 0.1 − 0.679 3/2 − [521]^2_n + 0.486 3/2 + [651]^2_n	0 0.74 10^{-3} 0.1 1.25 10^{-3}	0 0.74 10^{-4} 0.1 1.31 10^{-4}	0 0.655 0.1 0.731
	CAS II	χ = 1.3 10^{-3} MeV F^{-4}		
86	Peu collectif 19 X_{ab} , 9 Y_{ab} > 0.1	e = 0 1.54 0.1 2.57	e = 0 0.024 0.1 0.040	e = 0 0.111 0.1 0.109
24.19	Pairing p + QP 7 X_{ab} > 0.1 + 0.641 7/2 − [523]^2_p − 0.567 3/2 + [411]^2_p	0 2.40 10^{-3} 0.1 1.43 10^{-3}	0 0.71 10^{-2} 0.1 0.90 10^{-2}	0 20.8 0.1 43.9
08.35	Pairing n + QP 8 X_{ab} > 0.1 − 0.677 3/2 − [521]^2_n + 0.489 3/2 + [651]^2_n	0 0.62 10^{-3} 0.1 0.99 10^{-3}	0 0.37 10^{-4} 0.1 0.67 10^{-4}	0 0.414 0.1 0.474

Table 6

$^{164}_{68}Er_{96}$ Δ_p = 900 keV Δ_n = 940 keV

A x G_p = 23.4 MeV A x G_n = 21.1 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	B(E_2, $0^+ \rightarrow 2^+_f$)$_{spu}$	ρ^2	X_o
érience				
46.02			> 4.10^{-4} [26]	0.15 [24]
98				0.39 [24]
55.89				0.78 [24]
72.5				1.76 [24]
35				5.6 [24]

CAS I χ = 1.1 10^{-3} MeV F^{-4}

46	Collectif	e = 0 3.28	e = 0 0.166	e = 0 0.353
	25 X_{ab} , 16 Y_{ab} > 0.1	0.1 4.92	0.1 0.247	0.1 0.351
41.07	Q-particules 6 X_{ab} > 0.1	0 $4.33\ 10^{-3}$	0 $4.94\ 10^{-4}$	0 0.798
	- 0.632 7/2 - [523]^2_p	0.1 $1.19\ 10^{-2}$	0.1 $2.23\ 10^{-4}$	0.1 0.130
	+ 0.537 1/2 + [411]^2_p			
74.78	Q-particules 7 X_{ab} > 0.1	0 $1.62\ 10^{-1}$	0 $3.55\ 10^{-3}$	0 0.154
	+ 0.661 5/2 - [523]^2_n	0.1 $2.32\ 10^{-1}$	0.1 $5.25\ 10^{-3}$	0.1 0.158
	- 0.435 3/2 - [521]^2_n			
90.08	Q-particules 8 X_{ab} > 0.1	0 $5.72\ 10^{-2}$	0 $9.08\ 10^{-4}$	0 0.111
	+ 0.657 3/2 - [521]^2_n	0.1 $7.23\ 10^{-2}$	0.1 $7.64\ 10^{-4}$	0.1 0.074
	- 0.536 5/2 + [642]^2_n			
37.96	Pairing n + QP 10X_{ab} > 0.1	0 $1.57\ 10^{-2}$	0 $1.38\ 10^{-4}$	0 0.058
	+ 0.623 7/2 + [633]^2_n	0.1 $1.84\ 10^{-2}$	0.1 $2.88\ 10^{-4}$	0.1 0.109
	+ 0.399 1/2 - [521]^2_n			

Table 6 (suite)

CAS II $\chi = 1.4\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}

ES 0^+)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
	Collectif	e = 0 2.59	e = 0 0.046	e = 0 0.125
	25 X_{ab} , 12 Y_{ab} > 0.1	0.1 3.88	0.1 0.069	0.1 0.125
.98	Q-particules 6 X_{ab} > 0.1	0 $0.41\ 10^{-2}$	0 $9.34\ 10^{-4}$	0 1.612
	- 0.632 7/2 - $[523]^2_p$	0.1 $1.05\ 10^{-2}$	0.1 $7.84\ 10^{-4}$	0.1 0.522
	+ 0.551 1/2 + $[411]^2_p$			
.68	Q-particules 7 X_{ab} > 0.1	0 $1.29\ 10^{-1}$	0 $2.82\ 10^{-4}$	0 0.015
	+ 0.689 5/2 - $[523]^2_n$	0.1 $1.83\ 10^{-1}$	0.1 $4.34\ 10^{-4}$	0.1 0.016
.51	Q-particules 8 X_{ab} > 0.1	0 $3.85\ 10^{-2}$	0 $2.28\ 10^{-5}$	0 0.0042
	+ 0.680 3/2 - $[521]^2_n$	0.1 $4.86\ 10^{-2}$	0.1 $0.123\ 10^{-5}$	0.1 0.0002
	- 0.541 5/2 + $[642]^2_n$			
.20	Pairing n + QP $10X_{ab}$ >0.1	0 $1.47\ 10^{-2}$	0 $0.26\ 10^{-5}$	0 0.001
	+ 0.620 7/2 + $[633]^2_n$	0.1 $1.61\ 10^{-2}$	0.1 $0.87\ 10^{-5}$	0.1 0.004
	+ 0.398 1/2 - $[521]^2_n$			

Table 7

$^{168}_{70}Yb_{98}$ Δ_p = 830 keV Δ_n = 900 keV

A x G_p = 22.9 MeV A x G_n = 21.0 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
rience				
156		0.92 [42]	$> 5\ 10^{-5}$ [26]	0.13 [26
197		$\sim 6\ 10^{-5}$ [26]	$< 1.6\ 10^{-4}$ [26]	0.51 [26
543		$< 10^{-5}$ [26]	$< 4\ 10^{-5}$ [26]	0.76 [26
	CAS I	$\chi = 1.1\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}		
156	Collectif $23X_{ab}$, $14Y_{ab} > 0.1$	e = 0 3.01 0.1 4.38	e = 0 0.134 0.1 0.194	e = 0 0.310 0.1 0.309
772.78	Pairing n+QP $12X_{ab} > 0.1$ - 0.488 $1/2 + [411]^2_p$	0 $1.34\ 10^{-2}$ 0.1 $2.85\ 10^{-2}$	0 $4.31\ 10^{-3}$ 0.1 $5.79\ 10^{-3}$	0 2.25 0.1 1.42
845.44	Q-Particules $7X_{ab} > 0.1$ + 0.630 $7/2 - [523]^2_p$ - 0.536 $1/2 + [411]^2_p$	0 $0.75\ 10^{-1}$ 0.1 $1.07\ 10^{-1}$	0 $1.18\ 10^{-2}$ 0.1 $1.67\ 10^{-2}$	0 1.11 0.1 1.09
	CAS II	$\chi = 1.4\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}		
156	Peu collectif $19X_{ab}$, $12Y_{ab} > 0.1$	e = 0 2.32 0.1 3.37	e = 0 0.034 0.1 0.049	e = 0 0.103 0.1 0.102
771.83	Pairing n+QP $12X_{ab} > 0.1$ - 0.460 $1/2 + [411]^2_p$	0 $0.75\ 10^{-2}$ 0.1 $1.73\ 10^{-2}$	0 $2.52\ 10^{-3}$ 0.1 $2.98\ 10^{-3}$	0 2.35 0.1 1.20
850.35	Q-Particules $6X_{ab} > 0.1$ + 0.673 $7/2 - [523]^2_p$ - 0.522 $1/2 + [411]^2_p$	0 $0.54\ 10^{-1}$ 0.1 $0.77\ 10^{-1}$	0 $0.64\ 10^{-2}$ 0.1 $0.89\ 10^{-2}$	0 0.83 0.1 0.80

Table 8

$^{170}_{70}Yb_{100}$ Δ_p = 830 keV Δ_n = 800 keV

A x G_p = 23.1 MeV A x G_n = 20.7 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
rience				
9.15				0.0025 [27
8.4				0.09 [27
				0.13 [22
9.6				0.82 [27
				0.94 [23
5.9				0.75 [27
				0.50 [22

CAS I χ = 1.2 10^{-3} MeV F^{-4}

9	Peu collectif $17X_{ab}$, $13Y_{ab}$ > 0.1 - 0.742 5/2 - [512]^2_n	e = 0 2.79 0.1 3.96	e = 0 0.126 0.1 0.177	e = 0 0.316 0.1 0.311
2.37	Q-Particules $4X_{ab}$ > 0.1 - 0.78 7/2 + [633]^2_n + 0.666 1/2 - [521]^2_n	0 0.87 10^{-2} 0.1 1.03 10^{-2}	0 1.73 10^{-4} 0.1 4.41 10^{-5}	0 0.139 0.1 0.030
8.37	Q-Particules $4X_{ab}$ > 0.1 - 0.557 1/2 + [411]^2_p - 0.551 5/2 - [512]^2_n + 0.455 7/2 + [404]^2_p	0 1.53 10^{-2} 0.1 1.11 10^{-2}	0 2.05 10^{-4} 0.1 4.12 10^{-4}	0 0.094 0.1 0.260
0.85	Q-Particules $6X_{ab}$ > 0.1 + 0.779 7/2 - [523]^2_p - 0.485 1.2 + [411]^2_p	0 5.92 10^{-2} 0.1 7.47 10^{-2}	0 0.96 10^{-2} 0.1 1.17 10^{-2}	0 1.14 0.1 1.10

Table 8 (suite)

CAS II $\chi = 1.5\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2)$, $0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
	Peu collectif	e = 0 2.16	e = 0 0.033	e = 0 0.107
	$15X_{ab}$, $10Y_{ab} > 0.1$	0.1 3.08	0.1 0.046	0.1 0.104
	- 0.618 $5/2 - [512]^2_n$			
.65	Q-Particules $3X_{ab} > 0.1$	0 $4.86\ 10^{-3}$	0 $0.90\ 10^{-5}$	0 0.013
	- 0.722 $7/2 + [633]^2_n$	0.1 $5.79\ 10^{-3}$	0.1 $2.09\ 10^{-5}$	0.1 0.025
	+ 0.664 $1/2 - [521]^2_n$			
.85	Q-Particules $5X_{ab} > 0.1$	0 $1.35\ 10^{-2}$	0 $0.67\ 10^{-3}$	0 0.349
	- 0.553 $5/2 - [512]^2_n$	0.1 $0.99\ 10^{-2}$	0.1 $0.89\ 10^{-3}$	0.1 0.634
	+ 0.547 $1/2 + [411]^2_p$			
	+ 0.458 $7/2 + [404]^2_p$			
.19	Q-Particules $6X_{ab} > 0.1$	0 $4.22\ 10^{-2}$	0 $5.23\ 10^{-3}$	0 0.866
	+ 0.787 $7/2 - [523]^2_p$	0.1 $5.35\ 10^{-2}$	0.1 $6.30\ 10^{-3}$	0.1 0.821
	- 0.775 $1/2 + [411]^2_p$			

Table 9

$^{172}_{70}Yb_{102}$ Δ_p = 830 keV Δ_n = 700 keV

A x G_p = 23.3 MeV A x G_n = 20.3 MeV

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2 , 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
rience				
.90				
.76				
.05				
.41				

CAS I χ = 1.2 10^{-3} MeV F^{-4}

	Quasi - Particules $11X_{ab}$, $5Y_{ab}$ > 0.1 - 0.721 5/2 - $[512]^2_n$	e = 0 1.41 0.1 1.99	e = 0 0.064 0.1 0.088	e = 0 0.318 0.1 0.308
.85	Q-Particules $3X_{ab}$ > 0.1 - 0.697 1/2 - $[521]^2_n$ + 0.680 7/2 + $[633]^2_n$	0 $2.85\ 10^{-2}$ 0.1 $3.70\ 10^{-2}$	0 $0.96\ 10^{-3}$ 0.1 $1.78\ 10^{-3}$	0 0.237 0.1 0.336
.57	Q-Particules $7X_{ab}$ > 0.1 - 0.536 7/2 + $[404]^2_p$ + 0.481 1/2 + $[411]^2_p$ + 0.471 5/2 - $[512]^2_n$	0 0.291 0.1 0.361	0 $0.76\ 10^{-2}$ 0.1 $0.89\ 10^{-2}$	0 0.183 0.1 0.173
.03	Q-Particules $7X_{ab}$ > 0.1 - 0.738 7/2 - $[514]^2_n$	0 $7.69\ 10^{-3}$ 0.1 $6.45\ 10^{-3}$	0 $1.51\ 10^{-5}$ 0.1 $1.69\ 10^{-5}$	0 0.014 0.1 0.016

Table 10

$^{174}_{72}Hf_{102}$ Δ_p = 780 keV Δ_n = 700 keV

A x G_p = 23.1 MeV A x G_n = 20.5 MeV

S 0^+	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
nce		1.94 [29] 3.76 [42]	> 0.09 [26]	> 0.2 [2
	CAS I	χ = 1.3 10^{-3} MeV F^{-4}		
	Peu collectif $17X_{ab}$, $13Y_{ab}$ > 0.1	e = 0 2.71 0.1 3.79	e = 0 0.124 0.1 0.169	e = 0 0.320 0.1 0.311
.08	Q-Particules $6X_{ab}$ > 0.1 - 0.644 1/2 - [521]^2_n	0 0.144 0.1 0.173	0 3.33 10^{-3} 0.1 4.53 10^{-3}	0 0.162 0.1 0.183
.17	Q-Particules $5X_{ab}$ > 0.1 - 0.730 7/2 + [633]^2_n	0 6.25 10^{-2} 0.1 7.18 10^{-2}	0 1.02 10^{-3} 0.1 0.78 10^{-3}	0 0.115 0.1 0.076
	CAS II	χ = 1.6 10^{-3} MeV F^{-4}		
	Peu collectif $16X_{ab}$, $7Y_{ab}$ > 0.1	e = 0 2.09 0.1 2.94	e = 0 0.033 0.1 0.044	e = 0 0.110 0.1 0.104
.08	Q-Particules $6X_{ab}$ > 0.1 - 0.610 1/2 - [521]^2_n	0 0.121 0.1 0.146	0 3.55 10^{-4} 0.1 5.88 10^{-4}	0 0.020 0.1 0.028
.52	Q-Particules $5X_{ab}$ > 0.1 - 0.746 7/2 + [633]^2_n	0 4.19 10^{-2} 0.1 4.82 10^{-2}	0 0.37 10^{-4} 0.1 0.15 10^{-7}	0 0.006 0.1 < 10^{-5}

Table 11

$^{176}_{72}Hf_{104}$ $\Delta_p = 780$ keV $\Delta_n = 685$ keV

$A \times G_p = 23.3$ MeV $A \times G_n = 21.0$ MeV

s 0^+	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	$\int^2$	X_o
nce				0.16 [25 7.3 [25
	CAS I	$\chi = 1.2\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}		
	Quasi - particules $11X_{ab}$, $3Y_{ab} > 0.1$ - 0.538 7/2 - [514]^2_n - 0.475 7/2 + [404]^2_p	e = 0 1.46 0.1 1.99	e = 0 0.062 0.1 0.082	e = 0 0.300 0.1 0.289
03	Q-Particules $8X_{ab} > 0.1$ - 0.683 5/2 - [512]^2_n + 0.455 7/2 - [514]^2_n	0 0.192 0.1 0.246	0 0.64 10^{-2} 0.1 0.89 10^{-2}	0 0.234 0.1 0.253
23	Q-Particules $7X_{ab} > 0.1$ - 0.531 5/2 - [512]^2_n - 0.505 1/2 + [411]^2_p	0 1.49 10^{-3} 0.1 0.13 10^{-3}	0 0.86 10^{-3} 0.1 1.50 10^{-3}	0 4.05 0.1 79.01
	CAS II	$\chi = 1.6\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}		
	Quasi - particules $12X_{ab}$, $2Y_{ab} > 0.1$ - 0.454 7/2 - [514]^2_n + 0.449 1/2 - [521]^2_n	e = 0 1.10 0.1 1.51	e = 0 0.015 0.1 0.019	e = 0 0.096 0.1 0.089
61	Q-Particules $6X_{ab} > 0.1$ - 0.662 5/2 - [512]^2_n + 0.472 7/2 - [514]^2_n	0 0.155 0.1 0.199	0 1.22 10^{-3} 0.1 1.85 10^{-3}	0 0.055 0.1 0.065
69	Q-Particules $7X_{ab} > 0.1$ - 0.534 5/2 - [512]^2_n - 0.485 1/2 + [411]^2_p	0 0.15 10^{-2} 0.1 0.21 10^{-3}	0 1.02 10^{-3} 0.1 1.45 10^{-3}	0 4.71 0.1 45.18

Table 12

$^{78}_{72}Hf$ Δ_p = 780 keV Δ_n = 740 keV

A x G_p = 23.5 MeV A x G_n = 21.9 MeV

CS 0^+	STRUCTURE	$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
ence				0.18 [
				0.20 [
24				0.20 [
				0.155 [
				0.10 [
				0.11 [
				0.10 [
				0.115 [
				0.38 [
				0.40 [
				0.52 [
	CAS I	χ = 1.2 10^{-3} MeV F^{-4}		
	Quasi - particules	e = 0 1.93	e = 0 0.081	e = 0 0.294
	$10X_{ab}$, $2Y_{ab} > 0.1$	0.1 2.61	0.1 0.109	0.1 0.293
	- 0.597 7/2 + $[404]^2_p$			
22	Q-particules $5X_{ab} > 0.1$	0 6.18 10^{-2}	0 1.46 10^{-3}	0 0.166
	- 0.633 9/2 + $[624]^2_n$	0.1 7.44 10^{-2}	0.1 1.13 10^{-3}	0.1 0.106
	+ 0.604 7/2 - $[514]^2_n$			
46	Q-particules $7X_{ab} > 0.1$	0 0.107	0 1.64 10^{-2}	0 1.07
	+ 0.653 7/2 - $[523]^2_p$	0.1 0.150	0.1 2.05 10^{-2}	0.1 0.96
	- 0.627 1/2 + $[411]^2_p$			

Table 12 (suite)

CAS II $\quad \chi = 1.6\ 10^{-3}$ MeV F^{-4}

GIES 0^+ eV)	STRUCTURE	$B(E_2 , 0^+ \rightarrow 2^+_f)_{spu}$	ρ^2	X_o
99	Quasi - particules	e = 0 1.53	e = 0 0.020	e = 0 0.09
	$13X_{ab}$, $3Y_{ab}$ > 0.1	0.1 2.07	0.1 0.027	0.1 0.09
	- 0.522 7/2 + $[404]^2_p$			
	+ 0.511 1/2 + $[411]^2_p$			
89.44	Q-Particules $6X_{ab}$ > 0.1	0 $3.87\ 10^{-2}$	0 $1.31\ 10^{-4}$	0 0.02
	- 0.666 9/2 + $[624]^2_n$	0.1 $4.66\ 10^{-2}$	0.1 $0.15\ 10^{-4}$	0.1 0.00
	+ 0.626 7/2 - $[514]^2_n$			
49.77	Q-Particules $8X_{ab}$ > 0.1	0 $0.75\ 10^{-1}$	0 $0.85\ 10^{-2}$	0 0.78
	+ 0.662 7/2 - $[523]^2_p$	0.1 $1.07\ 10^{-1}$	0.1 $1.02\ 10^{-2}$	0.1 0.66
	- 0.603 1/2 + $[411]^2_p$			

CHAPITRE I

COMPARAISON CAS I - CAS II

La différence entre les deux cas réside, comme nous l'avons déjà vue, dans le calcul des éléments de matrice des opérateurs $r^2 Y_2^o$ et r^2 entre fonctions propres du champ moyen. Le traitement correct (Cas I) fait apparaître des écarts très nets sur ces éléments individuels par rapport au traitement de Nilsson (Cas II), écarts pouvant atteindre un facteur 5, voire un changement de signe. Il est très instructif de constater les modifications résultant de l'emploi d'un grand nombre de tels éléments.

Les grandeurs fournies par le calcul du pairing, qui ne dépendent que des énergies individuelles, ne sont pas affectées. C'est vrai en particulier pour E^{π}_{ab} , f^{π}_{ab} , g^{π}_{aa} ; par suite les fonctions $S_{3\pi}(\omega)$, $S_{4\pi}(\omega)$, $S_{5\pi}(\omega)$ donc $\Gamma_{\pi}(\omega)$ sont identiques dans les deux cas. Les zéros de $\Gamma_{\pi}(\omega)$ ne sont pas touchés ; cela est très important car les asymptotes de $\mathcal{F}_p(\omega) + \mathcal{F}_n(\omega)$ constituées par E^{π}_{ab} $(a \neq b)$ et ω^{π}_{o} sont absolument les mêmes dans les cas I et II .

Il en est tout autrement pour les fonctions $F_{\pi}(\omega)$, $S_{1\pi}(\omega)$, $S_{2\pi}(\omega)$ donc pour les fonctions $SK_{\pi}(\omega)$, $SQ_{\pi}(\omega)$ et $\mathcal{F}_{\pi}(\omega)$. Nous avons surtout examiné l'influence sur la fonction $\mathcal{F}_p(\omega) + \mathcal{F}_n(\omega)$. Entre chaque asymptote, le cas I augmente la valeur absolue de cette fonction par rapport au cas II d'un facteur n'excédant pas 20 %. Par suite, comme nous imposons la valeur du premier niveau 0^+ dans les deux cas, la valeur déduite pour χ est plus grande dans le cas du traitement de Nilsson que dans celui de Boisson - Piepenbring. L'expérience ne nous fournit malheureusement pas cette grandeur directement.

I-1 Energies

Il est remarquable de constater que les énergies des niveaux 0^+ obtenus dans les deux cas sont très voisines ; l'écart est toujours inférieur à 5 keV et se situe la plupart du temps autour de 1 keV. Cela s'explique très simplement : l'intersection de $\mathcal{F}_p(\omega)+\mathcal{F}_n(\omega)$ avec la droite $1/2v$ est presque toujours assez proche d'une asymptote ; la fonction $\mathcal{F}(\omega)$ varie rapidement à cet endroit et u ne augmentation de l'ordonnée $1/2\ X$ a peu d'influence sur l'abscisse ω_i .

Si les deux traitements sont d'accord entre eux, par contre ils différent sensiblement avec l'expérience. Même dans lescas les plus favorables ^{174}Hf, ^{176}Hf, ^{178}Hf, il y a une différence de 200 à 300 keV entre les valeurs théoriques et expérimentales, l'exemple le plus flagrant est sans aucun doute le deuxième niveau 0^+ du ^{152}Sm où l'expérience donne 1082 keV, le calcul ... 2209 keV.

La théorie ne prévoit qu'un seul niveau au dessous de la première asymptote dont l'énergie est toujours voisine de $2\ \Delta\pi$. Dans certains cas ^{164}Er, ^{168}Yb, ^{170}Yb , on trouve trois ou quatre états 0^+ en dessous de cette énergie de gap. La théorie telle qu'elle est présentée est bien entendu incapable d'expliquer ce phénomène ; il faut soit modifier le pairing pour abaisser le gap, soit inclure d'autres forces dans l'Hamiltonien pour abaisser les asymptotes, soit changer complètement de théorie. Nous discuterons un peu plus en détail de ces points là dans les prochains chapitres.

I-2 Fonctions d'onde

Les formules (23) nous font pressentir des différences entre les deux cas, différences dues aux termes ω_i , $R(i)$, $<a\pi\,|\,Q_{20}\,|\,b\pi>$, $SK\pi\ (\omega_i)$, $SQ\pi(\omega_i)$. En fait les termes non diagonaux X_{ab} , $Y_{ab}(a \neq b)$ sont très voisins ; car si le cas I augmente en général la valeur des éléments de matrice $<a\pi\,|\,Q_{20}\,|\,b\pi>$ il diminue par contre la quantité $R(i)$: pour les niveaux ω_i bas en énergie X_{ab} , Y_{ab} sont d'ailleurs peu importants car le facteur $(E^{\pi}_{ab} - \omega_i)^{-1}$ est relativement faible. Les composantes diagonales peuvent être très affectées à cause des facteurs en $SK\pi\ (\omega_i)$ et $SQ\pi\ (\omega_i)$ mais il est impossible de tirer une règle générale. Le premier niveau 0^+ dont le caractère collectif est toujours plus prononcé que les autres est le plus touché par les modifications : le traitement correct renforce considérablement la collectivité de l'état. Ce phénomène est particulièrement sensible pour le ^{152}Sm (Tab. 1) et le ^{154}Gd (Tab. 3)

Puisque le cas I double presque le nombre de composantes supérieures à 0.1 ; cet effet se ressentira évidemment dans le calcul des observables étudiées. Pour les niveaux plus hauts en énergie, les différences sont moins marquées car le coefficient de normalisation R(i) est beaucoup plus faible et a un rôle amoindri. Néanmoins il peut se produire des interversions dans les composantes prépondérantes des fonctions d'onde ; les exemples sont nombreux mais le fait ne se présente que lorsque les valeurs de ces composantes sont voisines. Pour ^{172}Yb (Tab. 9) le niveau calculé à 1510 keV est une superposition de deux états à deux quasiparticules.

Traitement Boisson-Piepenbring

$$- 0.697\ 1/2 - [521]^2_n + 0.680\ 7/2 + [633]^2_n$$

Traitement Nilsson

$$0.703\ 7/2 + [633]^2_n - 0.679\ 1/2 - [521]^2_n$$

De même le troisième niveau calculé à 1579 keV est une superposition de trois états à deux quasiparticules.

Traitement Boisson - Piepenbring

$$- 0.536\ 7/2 + [404]^2_p + 0.481\ 1/2 + [411]^2_p + 0.471\ 5/2 - [512]^2_n$$

Traitement Nilsson

$$- 0.516\ 7/2 + [404]^2_p + 0.500\ 5/2 - [512]^2_n + 0.498\ 1/2 + [411]^2_p$$

Dans l'ensemble poutant la nature des états n'est pas modifiée de manière fondamentale par un traitement rigoureux du calcul des éléments de matrice individuels : un état de deux quasiparticules resteun état à deux quasiparticules, un état collectif resteun état collectif. Il faut tout de même insister sur le fait que les éléments de matrice corrects renforcent le caractère collectif de l'état et cela a des répercussions sensibles sur les observables électromagnétiques.

Bien que l'expérience ne nous donne pas directement la fonction d'onde nous verrons (par l'étude des $B(E_2)$ et surtout des ρ^2) que, en ce qui concerne le premier niveau, le traitement Boisson - Piepenbring est plus satisfaisant que celui de Nilsson et la fonction d'onde proposée décrit de manière tout à fait satisfaisante les résultats expérimentaux.

I-3 $B(E_2, 0^+ \rightarrow 2_f^+)_{spu}$

Lorsque la charge effective est différente de 0, la valeur de $B(E_2)$ est constituée d'une partie proton $\mathcal{F}_p(\omega)$ et d'une partie neutron $\mathcal{F}_n(\omega)$. Comme $e_p > e_n$ la contribution des états protons est toujours plus importante que celle des états neutrons ; une bonne théorie doit s'efforcer de rendre compte des résultats expérimentaux en accordant le moins d'importance possible à la partie neutrons de l'opérateur de transition, c'est-à-dire tendre vers la limite $e_{eff} = 0$.

Il se peut que les contributions protons et neutrons soient cohérentes ($\mathcal{F}_p(\omega)$ et $\mathcal{F}_n(\omega)$ de même signe) auquel cas la valeur $B(E_2)$ est une fonction croissante de la charge e_{eff} ; on observe aussi le contraire ($\mathcal{F}_p(\omega)$ et $\mathcal{F}_n(\omega)$ de signe différent) ; B(E2) présente alors un minimum - en fait 0 - pour une charge e_{eff} bien déterminée. Il est évident que cette charge n'a aucune signification physique. Les deux cas I et II donnent pour tous les niveaux des contributions protons - neutrons du même genre mais le cas I donne toujours des valeurs de B(E2) supérieures à celles obtenues par le cas II (majoration relative d'environ 20 %). Cela est une conséquence directe du fait signalé plus haut à propos du renforcement de la collectivité. Ce résultat est d'une importance extrême puisque pour le premier niveau (le seul où l'on possède des valeurs de $B(E_2)$ expérimentales) qui a toujours une contribution neutrons - protons cohérente, donc un $B(E_2)$ croissant avec e_{eff} , l'introduction d'un calcul rigoureux des $< a_\pi \mid Q_{20} \mid b_\pi >$ conduit à une diminution de la charge effective pour un même nombre d'états individuels pris en considération. Il y a donc amélioration dans la théorie.

Il faut bien voir que la modification provient de deux parties distinctes :

- amélioration de la fonction d'onde comme nous l'avons signalé plus haut

- amélioration de l'opérateur de transition lui - même comme cela se voit sur la formule $E_2^0 = \sum_\pi e_\pi \sum_{a,b}^{<} \beta_{ab}^\pi \underset{\uparrow}{<b_\pi | Q_{20} | a_\pi>} \left(A_{ab}^{\pi\dagger} + A_{ba}^{\pi}\right)$.

Nous disposons de peu de données expérimentales pour les $B(E_2)$; nous pouvons toutefois constater que les valeurs calculées sont en bon accord avec les valeurs déduites de l'expérience moyennant une charge effective comprise entre 0 et 0.1 . Dans le cas du ^{152}Sm (Tab. 1), ^{154}Sm (Tab. 2) ^{174}Hf (Tab. 10) les valeurs théoriques sont légèrement trop fortes même avec $e_{eff} = 0$; nous verrons que nous pouvons améliorer les résultats en choisissant un peu mieux le champ moyen. Pour ^{154}Gd (Tab. 3) et ^{156}Gd (Tab.4) l'accord est excellent avec $0 < e_{eff} < 0.1$ alors que dans le cas II il faut prendre $0.1 < e_{eff} < 0.2$. Il est dommage que nous ne possédions aucune valeur expérimentale pour les niveaux 0^+ plus hauts en énergie car il aurait été instructif de savoir si le désaccord existant pour les énergies subsiste pour les quantités $B(E_2)$.

I-4 ρ^2

Les éléments de matrice monopolaire électrique ρ^2 sont d'une grande importance pour l'étude de la structure nucléaire ; on dispose malheureusement de peu d'information du point de vue expérimental. Les considérations générales relatives aux $B(E_2)$ sont encore valables pour les ρ^2 mais la variation de cette quantité avec la charge effective est beaucoup plus rapide que pour les $B(E_2)$. Nous avons choisi des charges effectives identiques pour les $B(E_2)$ et les ρ^2 plus par souci de logique que par nécessité physique ; c'est d'ailleurs cette hypothèse qui donne les meilleurs résultats sur l'ensemble de tous les noyaux étudiés. Là aussi nous devons nous efforcer d'aller à la limite $e_{eff} = 0$.

Contrairement à ce qui se passe pour les $B(E_2)$, les cas I et II donnent pour les ρ^2 des contributions relatives protons - neutrons pouvant être différentes (cohérente dans un cas, non cohérente dans l'autre) ; de plus pour des charges effectives faibles le cas I fournit des valeurs de ρ^2 "très nettement plus grandes que celles obtenues dans le cas II"- le "très nettement" représentant un facteur pouvant varier de 2 à 100. Pour cette grandeur encore l'amélioration de Boisson - Piepenbring va dans le sens d'une réduction très grande de la charge effective.

Les fonctions d'onde des états intrinsèques restent les mêmes lorsque l'on traite le problème des transitions E_2 et E_o ; l'amélioration étant plus sensible pour les E_o cela veut dire qu'elle affecte beaucoup plus l'opérateur électrique monopolaire que l'opérateur électrique quadrupolaire. Nous ne disposons de valeurs expérimentales dignes de foi que pour trois noyaux mais à chaque fois le cas I donne un accord très bon avec l'expérience alors que le cas II est médiocre .

Par exemple, avec une charge effective prise égale à 0

^{152}Sm (Tab. 1)	exp	0.08	Cas I	0.16	Cas II	0.04
^{154}Gd (Tab. 3)	exp	0.20	Cas I	0.20	Cas II	0.06
^{156}Gd (Tab. 4)	exp	0.17	Cas I	0.09	Cas II	0.02

Pour ^{168}Yb (Tab. 7) nous connaissons une estimation de ρ^2 pour les deuxième et troisième niveaux excités 0^+ ; dans les deux cas les valeurs calculées sont trop grandes. Cela prouve avec le test des énergies que la structure nucléaire pour ces niveaux n'est pas correctement décrite par notre théorie.

I-5 X_o

Ce rapport est sensible à la fois aux variations des ρ^2 et aux variations des $B(E_2)$; la charge effective a une grande influence sur cette grandeur surtout si les contributions protons neutrons sont cohérentes pour ρ^2 et non cohérentes pour $B(E_2)$ et inversement. Le fait que les corrections Boisson - Piepenbring se font sentir particulièrement sur les ρ^2 a une incidence identique sur les X_o - à savoir pour de faibles charges effectives les valeurs de X_o obtenues dans le cas I sont très souvent supérieures à celles obtenues dans le cas II. Pourtant il est très difficile de comparer les deux calculs I et II sur ce point, les contributions des neutrons et protons étant différentes dans les deux cas. D'une manière générale les premiers niveaux 0^+ ont une valeur X_o assez stable tout au long de la région considérée 0.30 pour le cas I, 0.10 pour le cas II. Ces valeurs sont assez proches de celles obtenues par Rasmussen [33] à l'aide d'une théorie vibrationnelle

phénoménologique très simple $X_o = 4\,\beta^2$ (~ 0.4) et par Davidov [34] à l'aide d'une théorie phénoménologique un peu plus évoluée $X_o = 4\beta^2\,(1 + 1/s)$ (~ 0.44) . Pour le premier niveau, l'expérience donne des valeurs comprises entre 0.10 et 0.30. L'accord de la théorie, sans être excellent, est encore satisfaisant.

Nous possédons parfois la valeur expérimentale de X_o pour les différents 0^+ connus ; nous pouvons la comparer utilement à la valeur théorique. Nous constatons que, en ce qui concerne le rapport X_o , il est d'autant mieux décrit que les énergies sont elles aussi mieux décrites. Par exemple, avec $e_{eff} = 0.1$, les calculs sur ^{164}Er sont franchement mauvais (mis à part le premier niveau)

^{164}Er (Tab. 6)	exp	0.15	0.39	0.78	1.76	5.6
	Cas I	0.35	0.13	0.16	0.07	0.11
	Cas II	0.13	0.52	0.016	0.0002	0.004

alors que pour ^{178}Hf ils se rapprochent beaucoup de l'expérience

^{178}Hf (Tab. 12)	Exp	0.20	0.11	0.52
	Cas I	0.29	0.11	0.95
	Cas II	0.09	0.002	0.66

Dans ce cas les corrections du cas I apportent une nette amélioration dans les valeurs calculées.

CHAPITRE II

NATURE DES ETATS

Nous avons vu (IV-3) que la théorie utilisée permet de dégager trois natures bien différentes de structure nucléaire des niveaux 0^+.

- excitation collective lorsqu'un grand nombre de quasiparticules couplées à 0 sont créées ou détruites dans la fonction d'onde du fondamental. Ce phénomène a lieu lorsque la valeur propre ω_i de l'Hamiltonien intrinsèque est loin de toute asymptote.

- excitations de pairing si ce sont des paires de quasiparticules protons ou neutrons couplées à 0 qui sont créées ou détruites dans la fonction d'onde du fondamental. Nous rappelons que les paires sont les fonctions d'onde individuelles (celles qui servent d'états de base de la deuxième quantification) obtenues l'une de l'autre par renversement du temps. Ces vibrations se produisent lorsque leur énergie ω_i est proche d'un zéro ω_o^π de la fonction $\Gamma_\pi(\omega)$ définie par (19).

- excitation de deux quasiparticules de même espèce couplées à 0 ; c'est le cas limite lorsque ω_i est proche d'une asymptote E_{ab}^π. Nous avons montré que la fonction d'onde d'un tel niveau excité prend la forme :

$$|\Psi^i\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(A_{ab}^{\pi\dagger} + A_{\bar{b}\bar{a}}^{\pi\dagger}\right)|\Psi_o\rangle$$

Bien entendu il existe une foule d'états dont la nature n'est pas aussi tranchée et qui présentent les caractères de ces trois cas limites. Dans la mesure où nous savons que la structure interne d'un noyau est correctement décrite par le modèle superfluide, le problème est alors de trouver des observables, d'accès facile pour un expérimentateur, susceptibles de fournir un critère. Entre autres, les transitions électromagnétiques forment un menu de choix ; de toutes celles possibles reliant une bande 0^+ excitée à la bande du fondamental, les seules intéressantes du point de vue expérimental sont les E_2 et la conversion interne E_o. Malheureusement les mesures absolues de $B(E_2)$ et de $B(E_o)$ sont très délicates ; c'est pourquoi un grand nombre d'auteurs ont pensé que le test idéal pour la collectivité d'un état était de se baser sur la valeur du rapport X_o.

Nous avons fait une systématique de toutes ces quantités pour une centaine de niveaux des douze noyaux étudiés. Pour classer ces états nous sommes partis de la fonction d'onde calculée ; nous avons compté le nombre de composantes X^{π}_{ab} et Y^{π}_{ab} supérieures à 0.1 : ces indications sont portées sur les tableaux de résultats. La valeur 0.1 peut paraître arbitraire mais elle correspond à une probabilité de présence de l'état $A^{\pi+}_{ab} \mid \Psi_o >$ de l'ordre du 1 % . Il faut mettre en avant que cette probabilité n'est pas égale à $X^{\pi 2}_{ab}$ ou $Y^{\pi 2}_{ab}$ puisque la condition de normalisation est $\sum_{ab\,\pi} X^{\pi 2}_{ab} - Y^{\pi 2}_{ab}$ (et non $\sum_{ab\pi} X^{\pi 2}_{ab} + Y^{\pi 2}_{ab}$) ; néanmoins les valeurs de Y^{π}_{ab} sont toujours très faibles (sauf pour le premier niveau) et l'on a pratiquement $\sum_{ab\pi} X^{\pi 2}_{ab} \simeq 1$.

Une vibration collective comporte au moins une vingtaine de $X^{\pi}_{ab} > 0.1$ et une dizaine de $Y^{\pi}_{ab} > 0.1$. Dans la région étudiée seuls les premiers niveaux 0^+ présentent une telle collectivité ; dans le modèle phénoménologique de Bohr - Mottelson ils sont connus sous le nom de "vibrations β" . Nous en avons rencontré neuf dans notre zone d'étude ; les niveaux à 685 keV du ^{152}Sm et 681 keV du ^{154}Gd sont très collectifs : leur énergie est très nettement inférieure à l'énergie de gap 2Δ qui pour ces noyaux avoisine 2000 keV ; les états à 986 keV du ^{158}Dy, à 1246 keV de ^{164}Er, à 1068 keV du ^{154}Sm, à 1049 keV du ^{156}Gd, à 1156 keV de ^{168}Yb sont encore collectifs : leur énergie est de l'ordre de Δ donc bien en dessous encore de la première asymptote située aux alentours de 2Δ ; les niveaux à 1069 keV de ^{170}Yb, à 829 keV de ^{174}Hf sont un peu moins collectifs : leur énergie approche la première asymptote à 600 keV environ.

Pour les premiers états 0^+ des trois autres noyaux le caractère collectif est beaucoup moins marqué (une dizaine de $X_{ab} > 0.1$, peu de $Y_{ab} > 0.1$) et certaines composantes de quasiparticules sont prépondérantes. C'est le cas du niveau à 1043 keV de ^{172}Yb (Tab. 9) qui est principalement
$- 0.721\ 5/2 - [512]^2_n$, du niveau à 1150 keV de ^{176}Hf (Tab. 11)
$- 0.538\ 7/2 - [514]^2_n - 0.475\ 7/2 + [404]^2_p$ et du niveau à 1199 keV de ^{178}Hf (Tab. 12) $- 0.597\ 7/2 + [404]^2_p - 0.448\ 7/2 - [514]^2_n + 0.408\ 1/2 + [411]^2_p$
Ces états sont donc intermédiaires entre les vibrations collectives et les excitations de quasiparticules ; leur énergie est proche de la première asymptote de l'équation de dispersion : à 300 keV environ.

En ce qui concerne le premier niveau nous contatons qu'il existe toujours une certaine collectivité mais que plus l'énergie de l'état est proche de 2Δ plus le caractère quasiparticule prend de l'ampleur. Si l'énergie de gap est connue un critère basé sur l'énergie du premier niveau est certainement très bon. Ce critère est malheureusement pris en défaut pour les niveaux suivants puisque la théorie ne les décrit pas de manière satisfaisante. Toutes les indications que nous donnons par la suite ne sont valables que dans les limites de la théorie utilisée.

Une vibration de pairing pure comporte un certain nombre de composantes X^{π}_{aa} (de la même espèce de particule) du même ordre de grandeur et des composantes X^{π}_{ab} ; Y^{π}_{ab} très faibles ; les composantes Y^{π}_{aa} sont également faibles (à cause du terme en $(E^{\pi}_{aa} + \omega_i)^{-1}$) bien que très nettement supérieures aux Y^{π}_{ab} . Pour de telles vibrations il doit au moins exister une dizaine de $X^{\pi}_{aa} > 0.1$; parmi tous les états examinés nous en avons trouvé trois qui réalisent ces conditions.

- le neuvième niveau 0^+ à 2570 keV de ^{164}Er est un état de pairing neutrons ($11X^{\pi}_{aa} > 0.1$)

- le sixième niveau 0^+ à 1974 keV de ^{178}Hf est un état de pairing neutrons ($13X^{\pi}_{aa} > 0.1$)

- le septième niveau 0^+ à 2138 keV de ^{178}Hf est un état de pairing neutrons ($11X^{\pi}_{aa} > 0.1$)

Ce sont en fait des états collectifs de paires de quasiparticules et leurs propriétés se rapprochent de celles caractérisant les états collectifs.

Les excitations de quasiparticules sont d'un genre tout à fait différent ; une seule composante $X^{\pi}_{ab} = X^{\pi}_{ba}$ est importante et voisine de $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$, les autres sont très faibles. De tels états très purs sont rares aussi : nous en avons décelé six parmi la centaine d'états étudiés.

- le septième niveau 0^+ à 2534 keV du ^{152}Sm couplent les quasiparticules individuelles $3/2 - [532]_n$ et $3/2 - [521]_n$ avec le coefficient de normalisation 0.677

- le huitième niveau 0^+ à 2460 keV du ^{154}Sm :

$- 0.678\ 3/2 - [532]_n \longleftrightarrow 3/2 - [521]_n$

- le huitième niveau 0^+ à 2520 keV de ^{164}Er :

$- 0.616\ 5/2 - [523]_n \longleftrightarrow 5/2 - [512]_n$

- le septième niveau 0^+ à 2052 keV de ^{170}Yb :

$0.687\ 5/2 - [523]_n \longleftrightarrow 5/2 - [512]_n$

- le septième niveau 0^+ à 2088 keV de ^{172}Yb :

$0.698\ 5/2 - [523]_n \longleftrightarrow 5/2 - [512]_n$

- le septième niveau 0^+ à 2079 keV de ^{174}Hf :

$0.693\ 5/2 - [523]_n \longleftrightarrow 5/2 - [512]_n$

Il est remarquable de constater que la valeur du coefficient de normalisation est très proche de la valeur limite 0.707 ; ce fait, allié aux très faibles valeurs des autres X^{π}_{ab}, Y^{π}_{ab}, indique un état très pur.

Tous les autres niveaux ont une structure beaucoup plus complexe : la plupart du temps ce sont des superpositions de deux, trois voire quatre états à deux quasiparticules d'égale importance. Il arrive aussi que des états aient un caractère pairing marqué (disons une dizaine de $X^{\pi}_{aa} > 0.1$) mais une composante X^{π}_{aa} nettement prédominante. Ce phénomène se produit très souvent lorsque l'énergie ω_i est à moins de 5 keV d'une asymptote ω^{π}_{o}. Il existe une trentaine de tels états mixtes parmi tous ceux envisagés. Il est très difficile de classer tous ces états et surtout d'établir une limite franche et absolue entre toutes ces catégories. On peut se demander si les observables calculées $B(E_2)_{spu}$, ρ^2 et X_o sont de quelque utilité pour résoudre le problème de la classification de ces états. De toutes les façons on ne peut donner que des idées générales et en aucun cas une règle stricte et sans défaut. Dans cette discussion nous adoptons une valeur de la charge effective e_{eff} comprise entre 0 et 0.1 puisque c'est elle qui donne le meilleur accord avec l'expérience.

II-1 $B(E_2, 0^+ \rightarrow 2_f)_{spu}$

La valeur théorique de $B(E_2)$ est proportionnelle à $R(i)^2$; or la grandeur $R(i)$ est d'autant plus forte que le nombre de X^{π}_{ab}, Y^{π}_{ab} non négligeables est important. On peut donc s'attendre à ce que le $B(E_2)$ croisse en même temps que la collectivité : en ce sens le $B(E_2)$ d'un état collectif doit être supérieur au $B(E_2)$ d'un état de pairing lui - même supérieur au $B(E_2)$ correspondant à une excitation de deux quasiparticules. En fait les

calculs théoriques nous fournissent les résultats suivants :

- Etats très collectifs $B(E_2)_{spu} \sim 3$ à 5 (toujours le cas du 1er niveau)
- Etats à prédominance 2 quasiparticules mais avec tendance collect... $B(E_2)_{spu} \sim 1$ à 3 (toujours le cas du premier niveau)
- Etats de pairing purs $B(E_2)_{spu} \sim 10^{-1}$
- Etats à deux quasiparticules purs $B(E_2)_{spu} \sim 10^{-2}$

A la vue de ces chiffres on pourrait s'estimer satisfait et déclarer qu'une mesure de $B(E_2)$ est un bon test pour connaître la nature du niveau. Malheureusement les états complexes signalés plus haut possèdent aussi des valeurs de $B(E_2)$ allant de 10^{-5} à 10^{-1}. Néanmoins le premier niveau est toujours caractérisé par un $B(E_2)_{spu}$ supérieur à 1 : s'il est peu différent de 1, c'est un état correspondant à une excitation de deux quasiparticules; s'il est de l'ordre de 3 ou plus c'est un état très collectif.

Nous pouvons donner aussi quelques considérations d'ordre général mais importantes tout de même.

Les $B(E_2)$ ont tendance à augmenter lorsqu'on va vers le milieu de la région déformée (Yb, Hf) ; ce phénomène est dû au fait que les éléments de matrice $< a_\pi | p_{20} | b_\pi >$ qui jouent le plus grand rôle (c'est-à-dire ceux où les fonctions $| a_\pi >$ et $| b_\pi >$ ont une énergie proche de la mer de Fermi) ont une valeur plus grande pour les Yb, Hf que pour les Sm, Gd.

De plus l'introduction d'une charge effective faible confère à la partie proton $\mathcal{F}_p(\omega_i)$ un poids beaucoup plus important qu'à la partie neutron $\mathcal{F}_n(\omega_i)$: par conséquent un état constitué par d'importantes excitations de quasiparticules protons aura une valeur de $B(E_2)$ bien plus grande que l'état neutrons du même type.

A la lueur de ces constations il est possible d'affirmer qu'un état possédant une très faible valeur de $B(E_2)$ (de l'ordre de 10^{-4}) est constitué d'une superposition de quelques excitations de deux quasiparticules neutrons uniquement.

Les valeurs intermédiaires $10^{-3} - 10^{-1}$ sont les plus nombreuses mais aussi les moins commodes à classer. L'état correspondant peut être un état de deux quasiparticules pur, un état de pairing pur, un état mixte de pairing neutron avec prédominance d'une configuration à deux quasiparticules proton, superposition de quelques excitations à deux quasiparticules protons et neutrons....

Il faut retenir tout de même que la mesure des $B(E_2)_{spu}$ peut fournir des renseignements très importants surtout si sa valeur dépasse largement 1 auquel cas la nature collective de l'état ne fait aucun doute.

II-2 ρ^2

Les éléments de matrice de transition E_2 et E_o ont une forme fonctionnelle tout à fait semblable ; il n'est donc pas étonnant que les caractères généraux qui se dégageaient de l'étude des $B(E_2)$ valent encore pour les ρ^2 . Par contre cette dernière valeur est beaucoup plus sensible aux détails de la structure nucléaire et à la manière dont on traite le problème : de ce fait elle constitue une observable très riche en enseignements.

Dans ce cas aussi la valeur de ρ^2 croit avec la collectivité de l'état à cause du coefficient $R(i)^2$ de la formule (41). Avec plus de précision on peut avancer les valeurs suivantes :

- Etats très collectifs $\rho^2 \sim 0.2$ à 0.4 (cas du premier niveau)

- Etats a prédominance deux quasiparticules mais avec tendance collective $\rho^2 \sim 0.1$ (cas du premier niveau)

- Etats de pairing purs $\rho^2 \sim 10^{-2}$

- Etats à deux quasiparticules purs $\rho^2 \sim 10^{-4}$ à 10^{-3}

En ce qui concerne le premier niveau 0^+ observé la prise en considération de ρ^2 permet d'avoir une idée beaucoup plus précise sur sa nature que la valeur de $B(E_2)$ correspondante. En effet le "strength parameter" est très sensible à la collectivité de l'état et la valeur ρ^2 d'un état très collectif est trois ou quatre fois supérieure à celle d'un état où domine une excitation individuelle de deux quasiparticules.

Les états purs (de pairing ou à deux quasiparticules) ont aussi des valeurs caractéristiques mais la réciproque n'est pas vraie : ce n'est pas parce que l'on trouve un ρ^2 de l'ordre de 10^{-2} qu'il faut coller une étiquette "pairing" sur l'état en question. Les états de structure complexe dont nous avons déjà parlé ont aussi des ρ^2 variant de 10^{-5} à 10^{-2} et il n'est pas question de donner un critère dans de telles conditions. On peut répéter ici les remarques formulées à propos des $B(E_2)$ concernant le caractère prépondérant des excitations en protons : ce phénomène est même beaucoup plus important dans les transitions monopolaires électriques. Par conséquent un état caractérisé par une valeur ρ^2 très faible (10^{-5} ou 10^{-4}) est constitué essentiellement de quelques paires de quasiparticules neutrons. Les niveaux très difficiles à classer sont ceux pour lesquels ρ^2 oscille entre 10^{-3} et

10^{-2} . L'examen de ρ^2 est néanmoins un test très sérieux dans l'étude de la structure microscopique des noyaux ; il est regrettable que l'on s'y intéresse aussi peu du point de vue expérimental.

II - 3 Rapport X_o

Les différents facteurs - théoriques ou numériques - qui affectent les calculs des transitions électriques ont une influence encore plus grande sur X_o . Celui - ci dépend beaucoup de la théorie utilisée surtout pour l'étude des niveaux hauts en énergie (nous avons vu en effet que notre théorie microscopique et la théorie phénoménologique donnent des valeurs assez proches pour le premier niveau). A cause des différences de cohérence des contributions en neutrons et protons des termes ρ^2 et $B(E_2)$, le rapport X_o peut prendre toutes les valeurs possibles ; nous avons repéré en fait dans toute notre systématique des X_o de 10^{-6} et des X_o de 10^{+6} . De plus cette quantité varie énormément avec la charge effective ; il est délicat dans ces conditions de se baser sur une valeur aussi peu stable pour établir un critère définitif. Nous nous sommes aperçus que $B(E_2)$ et ρ^2 augmentaient avec la collectivité, par suite le rapport $X_o \approx \frac{\rho^2}{B(E_2)}$ ne présente pas un caractère aussi marqué. Plus précisement nous avons les résultats suivants :

- Etats très collectifs $X_o \sim 0.33$ (cas du premier niveau)

- Etats à prédominance deux quasiparticules mais avec tendance collective $X_o \sim 0.30$ (cas du premier niveau)

- Etats de pairing purs $X_o \sim 0.40$

- Etats à deux quasiparticules purs $X_o \sim 0.3$ à 0.5

Il est illusoire, à la lueur de ces chiffres, de se fonder sur une mesure du X_o pour prendre connaissance de la collectivité d'un état donné.

Cette quantité n'est pourtant pas dénuée d'intérêt. Nous avons en effet discuté en détails du rôle prépondérant des excitations en protons pour les $B(E_2)$ et ρ^2. Nous avons mis en avant qu'un tel effet se fait sentir de manière plus brutale pour les transitions monopolaires électriques que pour les transitions quadrupolaires électriques. Par l'étude des X_o nous avons accès directement à un tel phénomène.

Un $X_o \sim 1$ est un état où prédominent les excitations protons

Un $X_o \sim 0.1$ est un état où prédominent les excitations neutrons

En particulier les états mixtes ayant une composante à deux quasiparticules prépondérante mais une tendance aux vibrations de pairing protons ont dans tous les cas des $X_o > 1$. Par exemple les sixièmes niveaux excités 0^+ de ^{170}Yb, ^{172}Yb, ^{174}Hf et ^{176}Hf ont des structures nucléaires très voisines ($7X^p_{aa} > 0.1$, aucun $X^n_{aa} > 0.1$) : les valeurs des X_o valent respectivement 8.18, 7.50, 8.58, 9.23.

Ces remarques donnent une ligne générale des idées se dégageant de notre systématique mais ne constituent en aucun cas un critère absolu. Nous insistons encore une fois sur le fait que de telles déductions sont liées à la théorie utilisée et il est inutile d'essayer de les appliquer à des niveaux dont on sait par avance qu'ils sont mal décrits dans le cadre de cette théorie.

En résumé nous pouvons dire que $B(E_2)$ et ρ^2 donnent des renseignements concernant la collectivité de l'état, c'est-à-dire le nombre de composantes non négligeables d'excitations élémentaires de deux quasiparticules, le rapport X_o est important pour connaître l'espèce de particules mise en jeu dans ces vibrations.

CHAPITRE III

INFLUENCE DES DIVERS FACTEURS NUMERIQUES

Dans la méthode utilisée pour traiter notre problème nous avons été amenés à faire quelques approximations et à choisir un certain nombre de paramètres. Les simplifications apportées étaient soit d'ordre théorique - traitement du pairing, méthode des quasi - bosons - soit d'ordre numérique - cut - off, $\chi_{np} = \chi_{pp} = \chi_{nn}$, ... Nous reviendrons sur ce point en évoquant les développements futurs de la théorie susceptibles d'améliorer les résultats. Nous avons étudié plusieurs observables : énergies, $B(E_2)$, ρ^2, χ_0 ; il est intéressant de noter l'influence des paramètres libres sur toutes ces quantités.

III-1 Influence de la déformation ϵ

Nous avons déjà dit que par souci d'uniformité nous avions adopté la valeur moyenne $\epsilon = 0.25$ pour toute la région étudiée. Si nous voulons traiter de manière un peu plus propre chaque noyau il convient de faire les calculs avec la déformation spécifique à ce noyau. Un changement dans la déformation conduit à une modification des énergies de particules ϵ_ν^π , des fonctions d'onde individuelles $a_\nu^{\pi+} \mid 0 >$. En particulier l'ordre des niveaux peut être affecté sensiblement. De tels écarts se répercutent évidemment sur les énergies de quasiparticules des états individuels correspondants et par suite sur toutes les grandeurs de la théorie générale. Les fonctions $\Gamma_\pi(\omega)$ et $\mathcal{F}_\pi(\omega)$ sont très touchées et cela conduit à une renormalisation de la constante χ . Les énergies propres ω_i peuvent varier d'une centaine de keV pour $\epsilon = 0.25$ à $\epsilon = 0.30$; lorsque ϵ décroît elles ont tendance à décroître (nous fixons toujours ω_1). Ce résultat est appréciable puisqu'en début de région (Sm) les valeurs calculées avec une déformation peut être un peu forte sont trop hautes ; malgré tout l'amélioration est très insuffisante. En raison des modifications sur les énergies et sur l'ordre des niveaux individuels, la fonction d'onde de la R.P.A. est très sensible aux variations de ϵ. Les composantes prépondérantes ne se réferrent pas aux mêmes fonctions de base et la

collectivité peut être différente. Comme conséquence de cela les transitions électromagnétiques pour le premier niveau excité ont des valeurs croissantes avec la déformation. Nous avions déjà signalé les valeurs un peu fortes des $B(E_2)$ pour les Sm ; un calcul mené avec une déformation plus juste va encore dans le sens d'une amélioration du résultats. Ces remarques prouvent tout de même une certaine cohérence de la théorie.

III-2 Influence des gaps

Nilsson et Prior [35] ont été conduits à identifier le gap Δn à la différence de masse empirique pair - impair
$P_n(Z, N) = 1/4 \left(- S_n (Z, N + 1) + 2 S_n (Z, N) - S_n (Z, N - 1)\right)$ où
$S_n (Z, N) = E(Z, N) - E(Z, N - 1)$ est l'énergie de liaison d'un neutron du noyau (Z, N). Malheureusement une telle relation $\Delta n = Pn$ est très approchée à cause du "blocking" qui fait que le vide de quasiparticule dans un noyau pair n'est pas le même que dans un noyau de masse impaire. Un écart relatif de 10 % entre les deux valeurs est tout à fait raisonnable, par conséquent une variation de 100 keV à 200 keV sur les gaps n'est pas absurde du tout. Nous avons fait remarquer que notre modèle superfluide n'explique pas la présence de plusieurs niveaux en dessous de l'énergie de gap. On peut jouer alors sur la valeur de Δ : en abaissant celui - ci, on réduit un peu les énergies de quasiparticules E_{ab} donc les asymptotes de $\mathcal{F}(\omega)$; les énergies calculées s'en trouvent par suite diminuées. De ce fait l'énergie du premier 0^+ se rapproche de la première asymptote et cet état devient moins collectif. Cette modification améliore un peu les calculs pour les Sm et ^{174}Hf mais elle reste encore très insuffisante en ce qui concerne le spectre d'énergie.

III-3 Influence du cut - off

Le problème du nombre d'états individuels pris en considération est très important car certaines observables dépendent énormément du nombre de fonctions propres du champ moyen considérées : c'est le cas en particulier pour les $B(E_2)$ et les ρ^2. Nous avons fait varier ce nombre en gardant pourtant le potentiel chimique au milieu de la zone en question. Mises à part les constantes G et χ qui sont renormalisées, cela apporte peu de changements dans les résultats du calcul du pairing, dans la valeur des énergies des 0^+, dans les fonctions d'onde. Par contre plus on augmente le nombre d'états de base, plus les $B(E_2)$ et les ρ^2 augmentent sans pour

cela tendre vers une limite. Il s'ensuit que, pour obtenir des résultats satisfaisants, il ne faut prendre ni trop ni trop peu de niveaux du champ moyen : un nombre raisonnable est compris entre 35 et 45 pour chaque espèce de particules. La valeur adoptée dans les tableaux de résultats - 40 états de base - donne un bon accord entre la théorie et l'expérience.

Nous savons que les états liés dans un potentiel de Saxon - Woods sont en nombre fini . Nous avons refait les calculs en considérant autant d'états de Nilsson que d'états liés par un potentiel de Saxon - Woods qui décrit correctement le fondamental des noyaux de cette région. Pour les terres rares cette hypothèse très simple prend en compte tous les niveaux jusqu'à la mer de Fermi plus une vingtaine en dessus. L'effet principal de cette opération est de réduire légèrement les quantités $B(E_2)$ et ρ^2 : on peut expliquer ainsi très simplement les données expérimentales des Sm et ^{174}Hf concernant les transitions électromagnétiques.

A l'issue de cette discussion nous pouvons retenir deux idées importantes concernant la théorie utilisée.

- avec l'aide des prescriptions de Boisson - Piepenbring elle décrit de manière plus que satisfaisante les propriétés du premier niveau 0^+ excité.

- elle se révèle par contre impuissante à expliquer pourquoi les autres 0^+ sont si bas en énergie.

III-4 Améliorations possibles

Il existe un grand nombre d'améliorations possibles à la théorie; certaines ont peu d'influence sur les résultats (par exemple si on prend $\chi_{nn} \neq \chi_{pp} \neq \chi_{np}$) ; d'autres sont sans doute beaucoup plus profondes. On peut par exemple se servir de relations de commutation plus convenables que celles des quasi - bosons : cela conduit à une formulation mathématique du problème beaucoup trop complexe pour permettre une résolution numérique. Nous pensons que la vérité se situe plutôt dans un traitement plus correct du champ moyen mais surtout des équations du pairing.

Nous avons vu, tout au long de ce présent travail, que l'introduction d'une base asymptotique $| NN_z \Lambda \Sigma (\epsilon) >$ dépendant de la déformation a des répercussions notables dans les calculs théoriques. On peut envisager un Hamiltonien de Nilsson avec des déformations hexadécapolaires, ou avec des opérateurs non étirés ; cela nous oblige à faire du mélange de couches. Ces calculs sont bien plus longs mais ne présentent pas de difficultés majeures. La tendance actuelle est plutôt de prendre comme champ

moyen un potentiel de Saxon - Woods déformé : des calculs ont déjà été effectués [22] avec cette hypothèse et les résultats obtenus sont très concluants.

Pourtant si l'on cherche une amélioration dans le spectre d'énergie, c'est certainement dans le traitement du pairing que réside la solution. Un premier pas consiste, tout en conservant les équations classiques (10), à prendre en compte les renormalisations sur les énergies de particules et de quasiparticules, c'est-à-dire faire les calculs avec $\tilde{\varepsilon}_\nu$, $\tilde{E}_\nu$ jusqu'à la self consistence des valeurs numériques. Cela apporte quelques changements dans les quantités examinées mais ne modifie pas fondamentalement le problème. Par contre on améliore notablement l'exactitude des calculs en tenant compte de l'effet de "blocking". Nous avons vu que, pour déterminer les probabilités d'occupations U_ν^2 , v_ν^2 , nous appliquons un principe variationnel. La fonction d'essai envisagée $|\tilde{0}>$, si elle peut décrire à peu prés correctement le fondamental, n'est par contre pas très bonne pour les états excités où la fonction correcte serait $O_i^+ \ |\Psi_o>$. On se contente en général de l'approximation $O_i^+ \ |\Psi_o> \simeq A_{ab}^+ \ |\tilde{0}>$. Cette hypothèse conduit à des équations de pairing analogues à (10) mais où les sommes courent sur tous les états de base sauf les deux états "bloqués" a et b. Les U_ν et v_ν dépendent par conséquent de ces deux états donc du niveau excité considéré. Cela complique énormément les calculs numériques mais fournit des spectres d'énergie un peu plus conformes à la réalité.

Dans le même ordre d'idée nous pourrions être un peu plus cohérents avec nous mêmes dans la manière d'appliquer le principe variationnel. Nous avons en effet disjoint deux parties du traitement global :

- nous traitons le pairing sans nous occuper du terme multipolaire de l'Hamiltonien.

- nous nous servons dans la R.P.A. des valeurs U_ν et v_ν déduites du cal cul du pairing pur.

Il est plus logique - et mathématiquement plus correct - de traiter les deux parties de l'Hamiltonien de manière unifiée et d'appliquer les méthodes variationnelles sur $H_\varepsilon + H_p + H_{Mp} - \sum_\pi \lambda_\pi N_\pi$ plutôt que sur $H_\varepsilon + H_p - \sum_\pi \lambda_\pi N_\pi$ Il est évident que les équations obtenues sont bien

plus complexes que les relations (10). A notre connaissance un tel calcul n'a jamais été mené à bien ; il n'est pas impossible que cela apporte de grands changements dans les énergies des niveaux 0^+ calculées par la R.P.A.

Enfin l'hypothèse d'une interaction de pairing constante est peut être un peu trop approchée. Tout récemment Griffin et al. [37] ont suggéré l'utilisation de 3 gaps $\Delta_{\text{prolate-prolate}}$, $\Delta_{\text{oblate-oblate}}$, $\Delta_{\text{oblate-prolate}}$ dans les équations du pairing. Cette théorie n'a été appliquée qu'à l'étude des réactions nucléaires, (où il semble que les résultats soient un peu meilleurs) mais la généralisation à notre problème particulier ne devrait pas poser de grosses difficultés.

Signalons également l'idée qu'à eu Pyatov [38] d'introduire dans l'Hamiltonien modèle une force spin - quadrupole

$$-\chi_t \sum_k r_1^k r_2^k \sum_m P^+_{2m}(k,\sigma)\, P_{2m}(k,\sigma)$$

avec

$$P_{2m}(k,\sigma) = \sum_{q,z} \langle k\, q\, 1\, z \mid 2m \rangle\, Y_k^q(\theta,\varphi)\, \sigma_z$$

L'effet principal est de changer radicalement l'équation de dispersion, en particulier d'introduire de nouvelles asymptotes et de permettre l'existence d'un nouvel état 0^+ en dessous de l'énergie de gap. Malheureusement ce phénomène se produit uniquement pour des valeurs de χ_t bien déterminées et cela n'autorise pas une confiance absolue dans cette méthode.

Nous voyons que la méthode des quasi - bosons utilisée est encore très perfectible ; si malgré cela elle est encore prise en défaut pour les énergies des niveaux, nous serons contraints de changer de théorie.

CONCLUSION

Il y a plusieurs enseignements à retenir de notre étude.

Tout d'abord, cette théorie très simplifiée rend compte des résultats expérimentaux du premier niveau 0^+ de manière très satisfaisante ; les prescriptions de Boisson - Piepenbring vont dans le sens d'une amélioration de la théorie puisque leur effet est de réduire les charges effectives ; c'est dans le calcul des éléments de matrice monopolaires électriques ρ qu'elles jouent le plus grand rôle et leur emploi est nécessaire pour retrouver les valeurs expérimentales. Les niveaux plus hauts en énergies restent par contre, très mal expliqués : il convient de "compliquer" la théorie si l'on veut espérer avoir des résultats plus convaincants. Dans le dernier chapitre nous avons donné un certain nombre d'améliorations possibles ; nous sommes persuadés que le changement le plus important provient d'un traitement un peu plus soigné des équations du pairing : il restecertainement beaucoup de travail à faire de ce côté là.

Nous avons cherché aussi certains critères permettant de classer les états observés selon leur nature. Nous n'avons pas trouvé de règles absolues néanmoins il faut accorder beaucoup plus d'importance à la valeur $B(E_2)$ et surtout ρ^2 qu'au rapport X_0 . En aucun cas celui - ci ne peut donner une mesure correcte de la collectivité ; tout au plus fournit - il quelques renseignements sur le genre de particules soumises à l'excitation.

Il est possible qu'il existe d'autres observables capables de nous aider à comprendre mieux la structure nucléaire des 0^+. De nombreuses personnes s'attachent actuellement à entreprendre des études systématiques des noyaux par réaction (p, t) (surtout dans les actinides pour le moment). La mesure du facteur spectroscopique et sa comparaison avec les valeurs théoriques issues de la R.P.A. peuvent se révéler très riches en enseignements.

La présente théorie donne une description microscopique de la partie intrinsèque de la fonction d'onde. Pour traiter la rotation nous avons admis la validité de l'hypothèse adiabatique et une symétrie axiale pour le noyau à l'équilibre. La symétrie axiale fait de K un bon nombre quantique, l'hypothèse adiabatique dissocie complétement la rotation et le mouvement intrinsèque. Très vite il devint évident que ces hypothèses étaient insuffisantes :

la fameuse loi en I(I + 1) pour les énergies est très souvent violée, les rapports d'embranchement observés s'écartent sensiblement des valeurs théoriques qui, dans cette description, sont des rapports de coefficients de Clebsh - Gordan. Pour tenter d'expliquer tous ces faits, une théorie phénoménologique est née qui prend en compte l'Hamiltonien de Coriolis et fait appel à des couplages de bandes. Cette méthode apporte certes des améliorations mais reste encore peu précise dans le cas des noyaux pairs. Il semble qu'un traitement microscopique des rotations et l'étude des états à plusieurs phonons doivent permettre de se faire une idée plus nette des couplages existant entre bandes de rotation. Quelques essais ont été tentés dans ce sens en particulier par une école japonaise et une école russe. Dans le cadre de la R.P.A. KAMMURI [43] décrit la rotation mais sans introduire de force de pairing. MARUMORI [44] et IKEDA [45] traitent de manière unifiée la rotation et la vibration nucléaire. ROGOZINSKY [46] s'attache à la description microscopique de la rotation avec des interactions résiduelles de pairing et quadrupole - quadrupole.

Ces études sont entreprises depuis peu de temps et il ne fait aucun doute que c'est dans le développement futur de telles théories que réside la solution des problèmes évoqués plus haut.

REFERENCES

[1] A. BOHR et B.R. MOTTELSON
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 27 n° 16 (1953)

[2] D.J. ROWE
Nuclear Collective Motion (Methuen 1970)

[3] V.G. SOLOVIEV
Revue d'énergie atomique 3 (1965) 117

[4] S.G. NILSSON
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 29 n° 16 (1955)

[5] J.P. BOISSON et R. PIEPENBRING
Nucl. Phys. A 168 (1971) 385

[6] I.L. LAMM
Nucl. Phys. A 125 (1969) 504

[7] N.N. BOGOLUYBOV
Nuovo Cim. 7 (Ser 10) 794 (1958)

[8] D.R. BES
Nucl. Phys. 49 (1963) 544

[9] D.F. ZARETSKII et M.G. URIN
Soviet Physics JETP 16 (1963) 721

[10] V.G. SOLOVIEV
Nucl. Phys. 69 (1965) 1

[11] J. THOULESS
Quantum Mechanics of many body systems (Academic Press, New York 1961)

[12] M. BARANGER
Phys. Rev. 120 (1960) 957

[13] D.R. BES et R.A. BROGLIA
Nucl. Phys. 80 (1966) 289

[14] E.L. CHURCH, J. WENESER
Annual Review of Nuclear Science 10 (1960) 193

[15] E.L. CHURCH, J. WENESER
Phys. Rev. 103 (1956) 1035

[16] Y. YOSHIZAWA, B. ELBEK, B. HERSKIND et M.C. OLESEN
Nucl. Phys. 73 (1965) 273

[17] E. VEJE, B. ELBEK, B. HERSKIND et M.C. OLESEN
Nucl. Phys. A 109 (1968) 489

[18] O. LONSJO et B. HAGEMANN
Nucl. Phys. 88 (1966) 624

[19] L.L. RIEDINGER, N.R. JOHNSON et J.H. HAMILTON
Phys. Rev. 179 (1969) 1214

[20] L.K. NG, K.C. MANN et T.G. WALTON
Nucl. Phys. A116 (1968) 433

[21] Y. YOSHIZAWA, B. ELBEK, B. HERSKIND et M.C. OLESEN
Proc. Conf. on Reation between complex nuclei (1963) 289

[22] V.G. SOLOVIEV
Théorie des Noyaux complexes (Moscou 1971)

[23] P.G. HANSEN, H.L. NIELSEN, K. WILSKY
Bull. Acad. Science USSR (Phys. Ser.) 31 (1967) 74

[24] J. VRZAL
Bull. Acad. Science USSR (Phys. Ser.) 31 (1967) 599

[25] F.M. BERNTHAL
Thèse (1969) University of California (Berkeley)

[26] R. GRAETZER, G.B. HAGEMANN, K.A. HAGEMANN et B. ELBEK
Nucl. Phys. 76 (1966) 1

[27] N.A. BONCH - OSMOLOVSKAYA et H. BALLUND
Nucl. Phys. A 162 (1967) 305

[28] A. CHARVET, D.O. HUU PHUOC, R. DUFFAIT, A. EMSALLEM et R. CHERY
Jour. de Phys. 32 (1971) 359

[29] H. EJIRI et B. HAGEMANN
Nucl. Phys. A 161 (1971) 449

[30] H. L. NIELSEN, K. WILSKY, J. ZYLICZ et G. SORENSEN
Nucl. Phys. A 93 (1967) 385

[31] B. FOGELBERG et A. BACKLIN
Nucl. Phys. A 171 (1971) 353

[32] J. GIZON, H. OHLSSON, J. VALENTIN et R.J. LOMBARD
Nucl. Phys. A 185 (1972) 321

[33] J.O. RASMUSSEN
Nucl. Phys. 19 (1960) 85

[34] A.S. DAVYDOV et V.S. ROSTOVSKY
Nucl. Phys. 60 (1964) 529

[35] S.G. NILSSON et O. PRIOR
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 32 n° 16 (1961)

[36] W.H. BRANTLEY, J.H. HAMILTON, T. KATOH et E.F. ZGANJAR
Nucl. Phys. A 118 (1968) 677

[37] R.E. GRIFFIN, A.D. JACKSON et A.B. VOLKOV
Phys. Lett. 36B (971) 281

[38] K.H. ZHELEZNOVA, N.I. PYATOV et H.I. CHERNEI
Bull. Acad. Science USSR 31 (1967) 546

[39] B.S. DZHELEPOV et S.A. SHESTOPALOVA
Nuclear Structure. Dubna Symposium (1968) 39

[40] S.T. BELYAEV
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 31 n° 11 (1959)

[41] L. GROSHEV
Bull. Acad. Science USSR (Phys. Ser.) 26 (1962) 1119

[42] A. DAVYDOV
Nucl. Phys. 24 (1961) 682

[43] T. KAMMURI
Prog. in Theor. Phys. 37 n° 6 (1967) 1131

[44] T. MARUMORI, M. YAMAMURA, Y. MIYANISHI et S. NISHIYAMA
Sov. J. of Nucl. Phys. Vol. 9 n° 3 (1969) 287

[45] A. IKEDA
Prog. in Theor. Phys. Vol. 43 n° 6 (1970) 1539

[46] S.G. ROGOZINSKY
Joint Institute for Nuclear Research P 4 4108 (1968)

[47] G.T. EWAN, G.I. ANDERSSON
Contr. Int. Conf. Nucl. Str. Tokyo (1967) 191

REMERCIEMENTS

Monsieur R. PIEPENBRING, après m'avoir proposé ce sujet de thèse, m'a constamment guidé pour toutes les étapes de ce travail. Ses conseils me furent très précieux et ses discussions très fructueuses. Qu'il trouve exprimée ici ma profonde reconnaissance.

Je désire remercier également Monsieur le Professeur J. VALENTIN, Directeur de l'Institut des Sciences Nucléaires, de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury.

Monsieur le Professeur J. YOCCOZ m'a initié à la physique nucléaire et m'a fait entrer dans le groupe de physique théorique. Il a bien voulu faire partie du jury, je lui adresse mes sincères remerciements.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude au Professeur S. BJORNHOLM qui s'est intéressé à ce travail et a accepté d'être membre de ce jury.

Je suis reconnaissant envers tous mes camarades du groupe de physique théorique dont les discussions et les conseils furent pour moi un objet de constant enrichissement.

Enfin je remercie Mademoiselle LOMBARD qui a dactylographié cette thèse et Monsieur TREGI qui a réalisé les clichés.

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 23 Mai 1972

le Président de la thèse

VU, et permis d'imprimer,

Grenoble, le

le Président de l'Université
Scientifique et Médicale